



**Ministère de l'enseignement supérieure
et de la recherche scientifique**

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Faculté de technologie



Département de GENIE CIVIL

MEMOIRE

**Présenté pour l'obtention du diplôme de
MASTER**

FILIERE : Génie Civil

SPECIALITE : Structure

THEME

**Modélisation à l'aide du logiciel ADINA
de l'effet de la variation du module
d'élasticité du béton sur les contraintes
dans l'armature et le béton.**

**Dirigé par :
Mr. BOUGUERRA Kheireddine**

**Présenté par :
HAMOUMA Djawhara**

Promotion : 2014/2015.

Remerciements

Je tiens d'abord à exprimer tout mon remerciement et gratitude à Dieu Le Tout puissant qui grâce à son aide je terminé ce modeste travail.

*Je tiens aussi à remercier chaleureusement mon promoteur **Dr. Bouguerra Kheireddine**, pour son aide et son encadrement, ses encouragements et ses orientations continu lors de ce travail.*

*Je remercie **Mr. Titoum Messaoud**, pour son compréhension et précieux conseils durant toute la période de préparation de ce mémoire.*

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres du jury, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.

Je voudrais également adresser mes sincères remerciements à mes professeurs qui m'a enrichi de connaissances et tout le département de génie civil.

Enfin, je tiens à remercier ma mère, mon père, mon mari et toute ma famille pour leur soutien constant.

Dédicaces

Je dédie ce projet de fin d'étude en premier lieu à mes
parents qui m'ont aidé et soutenu durant toutes ces
longues années d'étude.

A mon époux qui m'a aidé et soutenu durant mes années
d'étude universitaire.

A mes frères (Djamel, Ahmed, Tahar, abd al wahab,
Kamel, Saïd, Mokhtar et abd arahmen) et mes sœurs
(ibtessam et oula) et tous mes amis.

A tous mes tantes et oncles et les deux familles

HAMOUNA et **ZANAT**.

Et à tous ceux qui l'ont connu au cours de mon carrière
scolaire.

Sommaire :

Chapitre I : *Introduction et problématique*

I.1. Introduction	1
I.2. Histoire de béton	2
I.2.1. Les Romains	2
a. l'opus caementicium	2
b. l'opus reticulatum	3
c. L'opus incertum	4
I.2.2. L'Egyptien	4
I.2.3. Les Grecs	4
I.2.4. pendant les moyens âges	5
I.3. Quelques dates remarquables dans l'histoire de béton	5
I.4. Code de calcul	11
I.4.1. Certains codes de calcul	12
I.5. Problématique	12

Chapitre II : *recherche bibliographique*

II.1.Introduction	14
II.2. Comportement de béton	15
II.3. Caractéristiques physiques et mécaniques du béton	15
II.3.1. Caractéristiques physiques	15
a. Masse volumique	15
b. Retrait	16
II.3.2. Caractéristiques mécaniques	16
a. Résistance caractéristiques à la compression	16
b. La résistance à la traction	16
c. Fluage (déformation sous charge constante)	17
d. Le module d'élasticité	17
II.4. La valeur de module de Young	19
II.4.1. ASTM C 469-02	19
a. le dispositif utilisé	20
b. Eprouvettes	22
c. Procédure	22

Sommaire

d. le Calcul	24
II.4.2. British Standard (CS1 : 1990)	24
a. L'échantillon moulé	25
b. Tolérances	25
c. Procédure	26
d. Le calcul	27
II.4.3. British Standard (BS 5400-4 :1990)	27
II.4.4. CSA A23.3-04	30
II.4.5. CAN/CSA-S6-06	31
II.4.6. CSA A23.1-04/A23.2-04	31
II.4.7. ACI 318-95 et ACI 318-05	32
II.4.8. Architectural Institute of Japan AIJ	32
II.4.9. BAEL 91(béton armé aux états limites) et CBA 93	33
II.4.10. Eurocode2 NF EN 1992-1-1	34
II.5. La résolution analytique des problèmes	35
II.5.1. La méthode d'éléments finis	35
a. Définition	35
b. Historique	36
c. État actuel	37
d. Les formes des éléments	37
II.5.2. Principes de la MEF	39
II.5.3. Domaines d'application de la MEF	40
II.5.4. Le rôle de MEF	41
II.5.5. Discrétisation	41
a. Approximation nodale par sous-domaines	41
b. Approximation nodale par éléments finis	41
c. Règles de partition du domaine en éléments	42
d. Erreur de discrétisation géométrique	42
II.5.6. La matrice de rigidité et l'assemblage	43
II.6. Calcule théorique selon Eurocode 2	43
II.6.1. Analyse structurale	44
II.6.2. Les éléments structuraux	45
a. Les poutres	45
b. Les dalles	45
c. Les poteaux	45
II.6.3. Diagrammes contraintes-déformations pour le calcul des sections	45
II.5.4. les contraintes dans les armatures	47

Sommaire

II.7. Vérification à l'ELU	47
II.7.1. Flexion	47
a. Calcul de la hauteur utile	47
b. Configurations de calcul (poutre rectangulaire)	48
c. Dimensionnement des armatures	49
II.7.2. formule de pré-dimensionnement rapide de la section et des armatures	50
a. Hauteur basée sur la sollicitation	50
b. Hauteur basée sur la limitation de la flèche	50
II.7.3. Dispositions constructives des armatures de flexion	50
II.7.4. calcul des enrobages minimum (c_{nom})	51
II.8. Vérification à l'ELS	52
II.8.1. Contrôle des déformations (flèches) – Condition de dispense du calcul rigoureux	52
a. Section sous armée	52
b. Section équilibrée	53
c. Section sur armée	54
II.8.2. Contraintes limites	55
a. Calcul des contraintes pour section rectangulaire	55
b. Limitation des contraintes dans le béton	55
c. Limitation des contraintes dans l'acier	56
II.8.3. Contrôle de fissuration	56
II.9. ADINA version 9.01	56
II.9.1. Définition	56
II.9.2. Les différents systèmes d'ADINA	56
II.9.3. Unités utilisées dans ADINA	57
II.9.4. le béton selon ADINA	57

Chapitre III : *Modélisation et application*

III.1. Introduction	60
III.2. Propriété de l'élément	60
III.2.1. Poutre	60
III.2.2. dalle	61
III.3. Calcul du module d'élasticité par les différents codes	61
III.4. l'effet du module d'élasticité sur la flèche de la poutre	62
III.4.1. Calcul l'inertie de la poutre	62
III.4.2. Calcul de la charge	63

Sommaire

a. Dispositions constructives des armatures de flexion	63
b. calcul du moment réduit	63
III.5. Calcul de la flèche selon les modules d'élasticité données par différent code	65
III.6. Résultant obtenu à l'aide du logiciel ADINA	65
III.6.1. La poutre	66
a. Modélisation	66
b. Application	68
c. Les résultants	69
III.5.2. La dalle	72
a .Modélisation	72
b. Application	74
c. Les résultants	74

Chapitre IV : *discussion des résultants*

IV.1. Introduction	79
IV.2. Comparaison entre la valeur du module d'élasticité dans le déférent code	79
IV.3. L'effet de la variation du module d'élasticité sur la flèche	80
IV.4. Les résultants d'ADINA	80
IV.4.1. les résultants de la poutre	80
a. Pour le béton	81
b. L'acier	82
IV.4.2. Les résultants de la dalle	82

Liste de tableaux :

Tableaux II.1. : Module d'élasticité du béton sous charge court terme selon BS.....	28
Tableaux II.2 : Module d'élasticité du béton selon BS.....	29
Tableaux III.1 : la flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge $P=81$ KN.....	64
Tableaux III.2 : la flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge $P=60.75$ KN.....	64
Tableaux III.3 : la flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge $P=40.5$ KN..	64
Tableaux III.4 : la flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge $P=20.5$ KN.....	65
Tableaux III.5 : la flèche selon les modules d'élasticité dans les différent code.....	65
Tableaux IV.1 : comparaison entre les flèches dans les différent cas de la variation de E_c ...	80
Tableaux IV.2 : comparaison entre les flèches théoriques et obtenues par ADINA.....	80
Tableaux IV.3 : l'effet du module d'élasticité sur la déformation.	81
Tableaux IV.4 : l'effet de module d'élasticité sur la déformation et les contraintes dans l'acier.....	82

Liste des figures :

Figure I.1 : Maçonnerie en l'opus caementicium.....	3
Figure I.2 : principe l'opus reticulatum.....	3
Figure I.3 : schéma de l'Opus reticulatum.....	3
Figure I.4 : principe de L'opus incertum.....	4
Figure I.5 : schéma de l'opus incertum.....	4
Figure I.6 : le pont de Souillac.....	6
Figure I.7 : premier ouvrage au béton coulé.....	7
Figure I.8 : Barque de Lambot.....	8
Figure I.9 : La maison de Coignet à Saint-Denis.....	9
Figure I.10 : pont en ciment de Joseph Monier.....	9
Figure I.11 : L'emploi d'étrier pour relier les fers longitudinal.....	10
Figure II.1 : Structure multi-échelles d'un béton.....	14
Figure.II.2. : diagramme contrainte-déformation du béton usuel.....	15
Figure II.3 : Thomas Young, 1773-1829.....	17
Figure II.4 : module d'élasticité selon l'ASTM.....	20
Figure II.5 : Compresseur d'après l'ASTM.....	21
Figure II.6 : Schéma de déplacements d'après l'ASTM.....	22
Figure II.7 : Module d'élasticité selon CS1 : 1990.....	24
Figure II.8 : Le module d'élasticité dans CSA.....	30
Figure II.9 : Module d'élasticité dans CAN/CSA-S6-06.....	31
Figure.II.10 : module d'élasticité dans ACI.....	32
Figure II.11 : Représentation schématique de la relation contrainte-déformation.....	34
Figure II.12: Élément de référence et transformation géométrique.....	38
Figure II.13 : Transformation avec des fonctions de forme linéaires.....	39
Figure II.14 : Transformation avec des fonctions de forme quadratiques.....	39
Figure II.15 : Maillages.....	39
Figure II.16 : Nœuds situés sur des frontières.....	42
Figure II.17 : recouvrement de deux éléments.....	42
Figure II.18 : éléments à frontières complexes.....	43
Figure II.19 : Diagramme rectangulaire selon EUROCOD2.....	45
Figure II.20 : Diagramme des déformations relatives admissibles à l'état-limite ultime selon EUROCOD2.....	46
Figure II.21 : Diagramme contrainte-déformation simplifié et diagramme de calcul pour les aciers de béton armé (tendus ou comprimés.....	47
Figure II.22 : Poutre rectangulaire.....	48
Figure II.23 : Diagramme de contrainte – déformation.....	48
Figure II.24 : Diagramme de contrainte – déformation.....	49
Figure II.25 : L'enrobage minimal des armatures.....	51
Figure II.26 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire sous armée.....	53

Figure II.27 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire équilibrée.....	54
Figure II.28 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire sur armée.....	54
Figure II.29 : Section rectangulaire.....	55
Figure II.30 : relation contrainte- déformation utilisée dans le modèle de béton.....	58
Figure II.31 : Élément 3-D avec 20, 21, 27 et 8 nœuds.....	58
Figure III.1 : Dimensions de la poutre.....	60
Figure III.2 : Dimensions de la dalle.....	61
Figure III.3 : Représentation de la section d'acier.....	63
Figure III.4 : Modélisation de la demi-poutre à l'aide ADINA.....	66
Figure III. 5 : Le maillage de demi- poutre.....	66
Figure III.6 : Le site d'application de la charge.....	67
Figure III.7 : Le nœud étudié dans le béton.....	67
Figure III.8 : Le nœud étudié dans l'acier.....	68
Figure III.9 : Déplacement de la poutre.....	69
Figure III.10 : Les déformations dans le béton.....	70
Figure III.11 : Les contraintes dans le béton.....	70
Figure III. 12 : les déformations dans les barres d'armature.....	71
Figure III.13 : les contraintes dans les barres d'armature.....	71
Figure III.14 : Modélisation de la dalle.....	72
Figure III.15 : Le maillage de la dalle.....	73
Figure III.16 : Le site d'application de la charge dans la dalle.....	73
Figure III.17 : Le nœud étudié dans la dalle.....	74
Figure III.18 : Les déformations dans le béton.....	75
Figure III.19 : Les contraintes dans le béton.....	75
Figure III.20 : Le nœud étudié pour l'acier de la dalle.....	76
Figure III.21 : Les déformations dans l'acier.....	76
Figure III.22 : Les contraintes dans l'acier.....	77

Notations :

E_c : Module d'élasticité du béton

E_{cq} : Module dynamique

γ_c : Densité du béton

W_c : Poids du béton

E_{ij} : Module de déformation longitudinale instantanée du béton

t_0 : âge de la première mise en charge

$\phi(\infty, t_0)$: Coefficient de fluage.

f_{ck} : La résistance caractéristique à la compression sur cylindre, mesurée à 28 jours.

f_{ctm} : La résistance moyenne à la traction mesurée à 28 jours.

E_{cm} : Le module sécant d'élasticité.

E_s : Le module d'élasticité des armatures.

f_{yk} : La limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé.

$[k^e]$: la matrice de rigidité élémentaire.

$\{u^e\}$: les déplacements nodaux

$\{f^e\}$: les forces appliquées aux nœuds.

C_{nom} : Enrobage minimal

M_{Ed} : Moment agissant

M_{rd} : Moment résistant

A_s : Section minimale d'armatures tendues.

S_{min} : Espacement minimale des barres.

d_g : La dimension du plus gros granulat

ρ_0 : Pourcentage l'armature de référence.

ρ : Pourcentage l'armatures de traction

ρ' : Pourcentage d'armatures de compression

ϵ_s : La déformation relative des armatures tendues

ϵ_e : La déformation limite élastique de l'acier

f'_c : La résistance caractéristique à la compression

ϵ_{lat} : La déformation latérale.

ϵ_{lon} : La déformation longitudinale.

d = Déplacement dû à la déformation de l'échantillon.

r = Déplacement dû à la rotation de la culasse autour de la tige de pivot

a = Emplacement de jauge

b = Point d'appui de la rotation de culasse

c = Emplacement de tige de pivot

g = Gage de lecture

d = Déformation totale de l'échantillon sur toute la longueur de la jauge, $\mu\text{in.}$ (μm)

g = Gage de lecture $\mu\text{in.}$ (μm)

e_r = La distance perpendiculaire à partir de la tige de pivot par rapport au plan vertical passant par les deux points d'appui de culasse rotatif.

e_g = La distance perpendiculaire à partir du jauge par rapport au plan vertical passant par les deux points d'appui de culasse rotatif.

S_2 = Contrainte correspondant à 40 % de la charge ultime.

S_1 = Contrainte correspondant à la déformation longitudinale.

ϵ_2 = Déformation longitudinale produite par la contrainte S_2

$\Delta\sigma$: Différences de contrainte

$\Delta\epsilon$: Différences de déformation

σ_a : La contrainte de chargement supérieur.

σ_b : La contrainte de base.

ϵ_a : La déformation moyenne sous le chargement supérieur.

ϵ_b : La déformation moyenne sous la contrainte de base.

D_c : La densité de l'agrégat léger de béton.

Résumé :

Le module d'élasticité de béton E_c a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. Bien qu'il y ait de différents standards pour la détermination de E_c expérimentalement, il y a aussi des formules empiriques données par les différents codes de calcul. Ces formules sont données, généralement, en fonction de la résistance en compression du béton et sa masse volumique. Pour un même béton, la valeur calculée de E_c diffère d'un code à l'autre.

Le présent travail de master a pour but de déterminer l'effet de la variation du module d'élasticité du béton sur le comportement de deux types de structures en béton, soit une dalle et une poutre.

Pour arriver à notre fin, une étude bibliographique a été effectuée pour mieux cerner le sujet. La suite une modélisation des deux éléments structuraux a été faite en utilisant le logiciel d'éléments finis ADINA tout en variant la valeur de E_c de $\pm 5\%$.

Les remarques tirées de l'analyse montre que la valeur du module d'élasticité influence directement les contraintes et les déformations dans le béton et l'acier.

Mots clés : Béton, Module d'élasticité, élément fini, ADINA, contraintes, déformations, flèche.

Abstract :

The modulus of elasticity of concrete E_c was the subject of several research projects. Although there are different standards to determine E_c experimentally, there are also empirical formulas given by the various concrete handbooks. These formulas are given, generally, depending on the compressive strength of concrete and its density. Consequently, for the same concrete, the calculated value of E_c differs from handbook to another.

This master thesis aims to determine the effect of the change in the elastic modulus of the concrete on the behaviour of two types of concrete structures, whether a slab and a beam.

To achieve our purpose, a literature review was conducted to better understand the subject following by a modeling of the two structural elements using the finite element software ADINA while varying the value of $E_c \pm 5\%$.

The remarks from the analysis show that the value of the elastic modulus directly influences the stresses and strains in concrete and steel.

Keywords: Concrete, Modulus of elasticity, finite element, ADINA, stress, deformation, bending.

ملخص:

معامل المرونة للخرسانة E_c كان موضوع العديد من البحوث، على الرغم من أن هناك مناهج مختلفة لتحديده تجريبياً، وهناك أيضاً القوانين التقريبية المعطاة من طرف مختلف مناهج الحساب. هذه القوانين معطاة، عموماً، بدلالة قوة الضغط للخرسانة وكثافتها.

لنفس الخرسانة، القيمة المحسوبة لـ E_c تختلف من مناهج لأخر. تهدف مذكرة الماستر هذه لتحديد تأثير التغير في معامل مرونة الخرسانة على سلوك نوعين من الهياكل الخرسانية، هما رافدة وبلاطة.

للوصول الى غايتنا، تم استعراض دراسة مكتبية لفهم أعمق للموضوع. بعدها تمت النمذجة لنوعين من الهياكل الخرسانية باستعمال برنامج العناصر المحدودة ADINA في حين تتفاوت قيمة E_c بـ $\pm 5\%$ الملاحظات المأخوذة من التحليل تبين ان قيمة معامل المرونة تؤثر بشكل مباشر على الاجهادات والتشوهات في الخرسانة والفولاذ.

الكلمات المفتاحية: الخرسانة، معامل المرونة، طريقة العناصر المحدودة، ADINA، الاجهادات، التشوهات، الانحناء.

Avant -propos :

Les systèmes de construction dans le domaine de génie civil toujours sont en évolution continue jusqu'à aujourd'hui, du même les matériaux utilisés dans la construction.

Les matériaux utilisée dans la construction sont aux disponibles dans la nature, comme la pierre et le bois. Avec le temps des nouveaux matériaux ont été développés pour corriger les défauts des matériaux naturels (comme le béton armé, béton précontraint, charpente en acier...etc).

Le choix du matériau de construction dans le domaine de génie civil dépend de plusieurs facteurs dont la résistance, la rigidité, la ductilité et surtout la disponibilité...etc.

Aujourd'hui le béton est le matériau le plus utilisé dans la construction parce qu'il est un matériau résistant, durable en plus rigide. Mais il a des caractéristiques et des propriétés macroscopiques inconnues comme la résistance à la rupture, le comportement (fluage) et le module d'élasticité.

Dans le present mémoire de master, nous avons intéressons au module d'élasticité du béton (E_c). Plus précisément, nous observons l'effet de la variation de ce module sur le comportement de certaines structures. Par conséquent ; une dalle bidirectionnelle et une poutre en béton armé ont été modélises avec le logiciel d'élément finis ADINA.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- Le premier chapitre est l'introduction et la problématique. Ce chapitre permet de présenter l'histoire de l'utilisation du béton et son développement dans le temps pour les différentes civilisations.
- Le deuxième chapitre est la recherche bibliographique. Cette dernière permet de connaître premièrement le module d'élasticité du béton et deuxièmement les formules empiriques de ce module dans les différents codes de calcul. Ce chapitre contient aussi une définition du logiciel d'élément finis ADINA et la version 9.0 utilisé pour faire l'étude.

Avant-propos

- Le troisième chapitre est modélisation et application. Ce chapitre contient la modélisation des deux types des éléments poutre et dalle en béton armé à l'aide logiciel ADINA. Et détermination des contraintes et des déformations dans les deux structures à des points spécifiques
- Le quatrième chapitre est une discussion des résultants. Dans ce chapitre nous analysons et discutons les résultats obtenus.

A decorative border in a light blue color, shaped like a scroll. It starts with a small loop at the top right, goes left, then down on the left side, then right at the bottom, and finally up on the right side to close the loop.

Chapitre I : Introduction et problématique

Chapitre I : Introduction et problématique

I.1. Introduction :

Si vrais "La nécessité est la mère de l'invention", où nous trouvons l'homme primitif construit sa maison selon les moyen disponible. Et aussi autre conditions y compris les animaux sauvage, conditions climatiques volatils (la chaleur, la neige, froide et vent) et recherche sur la nourriture.

Les méthodes de construction de l'habitation d'homme primitif change selon le climat et de la terre où il vit. Par exemple dans les montagnes, habiter aux cavités rocheuses créées par la nature comme cavernes et grottes. Dans les régions chaudes, habiter dans des maisons ouvertes ce sont des simples structures composé de troncs et de branches d'arbres placé dans le sol et recouvert de feuilles. Dans la forêt et sur les bords des rivières, construites sa maisons similaire à des nids d'oiseaux.

La vie nomade obligeait à l'homme l'habitation dans les cavernes et les grottes, l'utilisation de feuilles et de branches d'arbres pour construire et enfin résider dans les cabanes. Par contre ce logement ne est pas protégé contre le climat et ne l'aidait pas à la stabilité. Pour cela, il commence à améliore ce type de logement et le matériau de construction.

Aujourd'hui, les systèmes de construction les plus utilisés dans le domaine de génie civil qui il est basé sur des portiques (soit en acier ou mixtes) et le mariage entre le béton et l'acier. Le rôle de l'ingénieur est développé des méthodes de calcul et des techniques de réalisations de ces structures. Et recherche d'un dimensionnement optimale des structure et trouver une équivalence entre les exigences structurales (résistance, rigidité et ductilité) d'un part. Et les exigences architecturales d'autre part.

Dans le domaine des constructions de génie civil, le choix du matériau dépend des avantages d'un matériau (comme sa disponibilité, sa résistance structurale et sa mise en œuvre), et les couts qui liés au type de construction. Le problème de l'ingénieur consiste à réaliser une structure de cout minimale et trouver une solution idéale dans l'utilisation de différents matériaux et des méthodes de construction.

I.2. Histoire de béton :

L'histoire de l'utilisation du béton est marquée par une série d'inventions, d'innovations et améliorations en fonction du temps [9]. Car le béton n'existe pas dans la nature, à l'opposé de (la pierre, du bois,...). Puisqu'il contient d'ingrédients comme : sable, ciment, eau, graviers. Le béton sous sa forme actuelle est le fruit de décennies d'études et d'expérimentations.

De plus, le béton est préparé sur place. Il est une pâte qui peut prendre toute les formes possibles selon la forme des moules. Et Les propriétés du béton mieux que les caractéristiques de la pierre, Cela a incité les anciens pour développer dans la matière de construction.

Il est difficile d'identifier clairement les origines de la technique de construction en béton. Car il semble que déjà les Assyriens et les Egyptiens réaliser des bâtiments à l'aide du petit matériel. Les Grecs aussi connaissaient cette technique [8]. Malgré les matériaux simples de construction les anciens peuvent construire d'un nombre considérable des constructions (Château, Théâtre, pont, Egypte des pyramides,...). Cette constructions existe encore et reste une ruine.

I.2.1. Les Romains :

Il est utilisaient dans leur construction les techniques opus incertum, l'opus reticulatum et opus caementicium sont décrits par Vitruve (livres écrits deux siècles avant notre ère, et traduits en 1673 [2] [8]).

Les Romains employaient dans leur construction la chaux vive comme liant hydraulique, obtenue par cuisson de calcaire. Ils avaient constaté que le mélange de chaux vive et de sables d'origine volcanique de Santorin ou de Pouzzoles donnait un produit capable de faire "prise" dans l'eau pour devenir très résistant [8].

a. l'opus caementicium :

Est un mélange de fragments de pierre ou d'éléments en terre cuite (appelés caementa, les agrégats) et de mortier pour liant. *L'opus caementicium* est utilisé comme noyau interne d'un mur parementé ou seul, moulé dans un coffrage de bois ou coulé dans une tranchée.

Cette technique, qui s'est développée vers la fin du IIIe siècle av. J.-C. Dans le Latium et en Campanie, constitue un tournant fondamental pour l'architecture romaine.

Elle a permis, par exemple, d'obtenir des couvertures voûtées de proportions bien supérieures à celles possibles avec la pierre. Très économique et facile à réaliser, *l'opus caementicium* s'est rapidement diffusé dans tout le monde romain [1].

Cette technique consistait à construire des murs comme suit : premièrement construire les parties visibles du mur en pierre taillée (carre ou rectangle) - qui a servi de coffrage permanent. Ensuite, remplir le vide entre les deux murs par des pierres de différentes tailles avec le mortier de chaux qui lie tous les constituants et devient l'élément porteur principal [2][14].



Figure I.1 : Maçonnerie en l'opus caementicium (cl. Chr. Durand, Centre Camille Jullian)[4].

b. l'opus reticulatum :

Est une forme de mur fait de petits moellons en pierre. Posés sur un angle talque les joints incidence de 45°. La partie intérieure des moellons était taillée en biseau pour une meilleure insertion dans le mortier. Dessinent une trame rappelant les mailles d'un filet [2].

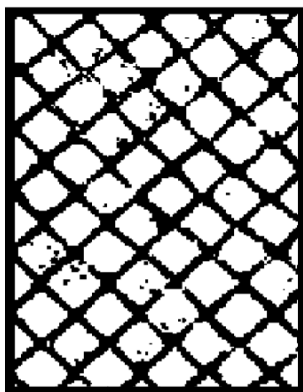


Figure I.2 : Principe l'opus reticulatum [2].

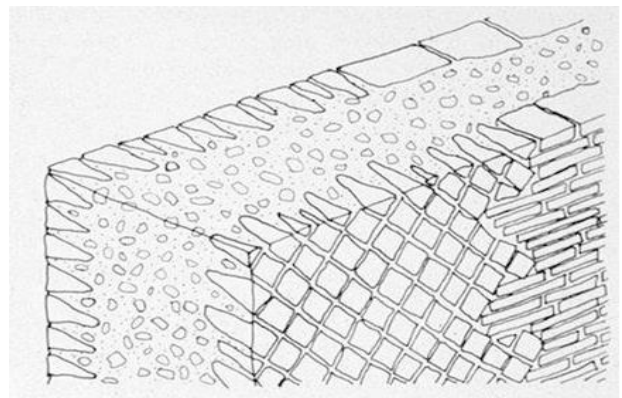


Figure I.3 : Schéma de l'Opus reticulatum

c. L'opus incertum :

Réalisé avec le placage des petits moellons bruts de pierre. De forme et dimension irrégulière. Dont seule la face visible reçoit un début de dressage. [2][14]

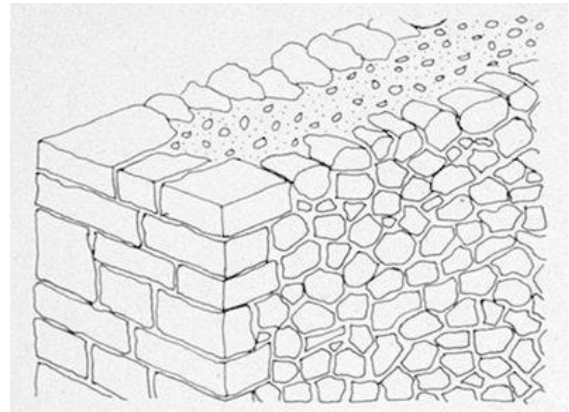


Figure I.4 : Principe de L'opus incertum [2]

Figure I.5 : Schéma de l'opus incertum

L'un des plus frappants témoignages de cette construction en béton est sans doute le panthéon de Rome construit sous le règne d'AUGUSTE, remarquablement .conseillé par AGRIPPA, son “ ministre des grands travaux “ puis sous le règne d'HADRIEN avec une coupole de 44 mètres réalisée en “béton léger “ dans lequel les granulats étaient briques et pierres ponce concassées. Cette coupole résista parfaitement aux modifications multiples apportées peu après sa constater, aux érosions naturelles du temps. Ainsi fut très tôt démontrée la très grande durabilité du premier matériau composite de l'histoire des techniques industrielles. [8]

I.2.2. L'Egyptien :

Les Egyptiens ont probablement été les premiers à utiliser le plâtre, obtenu par la cuisson du gypse à 120°C. Ils s'en sont notamment servi pour le jointement des blocs de parement en marbre de la pyramide de Chéops [10]. Ils avaient déjà une certaine maîtrise des mortiers qu'ils utilisaient pour les joints [8].

I.2.3. Les Grecs :

Les Grecs d'Italie le renforçèrent avec des cendres *pouzzolaniques* (cendres volcaniques de la région de Pouzzoles ou « Pozzuoli »), L'ajout de « pouzzolanes » (scories volcaniques exploitées autour du Vésuve) dans un mortier mouillé à l'eau de mer, lui conférait une solidité élevée à la suite d'une réaction impliquant l'aluminium d'origine volcanique qui stabilise le

complexe d'hydrate de silicate de calcium, avant qu'un phénomène de carbonations ne durcisse plus encore le mortier, lui permettant notamment de bien résister aux attaques de la mer, comme en baie de Naples où l'on trouve des maçonneries de plus de 2000 ans [7].

I.2.4. pendant les moyens âges :

Durant les bouleversements du haut moyen âge et dès le III^{ème} siècle, la technologie du béton se perdit complètement [8]. Au cours de ces périodes la qualité des mortiers n'a cessé de diminuer, essentiellement du fait de mises en œuvre peu soignées. Et toutes les argiles cuites ne présentent pas la même réactivité [10].

Soucieuse de plus de pérennité, la deuxième moitié du moyen Age remit à l'honneur la taille et l'empilement des pierres en travaillant, comme dans toutes les périodes suivantes jusqu'à la fin du XVIII^{ème} siècle, le siècle des lumières, bien plus sur les technologies de débitage de pierres, de liaisons entre blocs, de couplages pierre-bois, de lancements de cintres, Technologie alternative pour le béton les romains avaient mises à l'honneur vingt siècles plus tôt. Aussi, dans tous ces périodes successives, les ouvrages (châteaux, forts, cathédrales, ouvrages maritimes, ponts, palais) furent en pierre. En outre, dans les livres anciens, n'eurent, des seuls points de vue du matériau béton, aucun effet sur l'architecture de toutes ces périodes de grandes constructions [8].

I.3. Quelques dates remarquables dans l'histoire de béton :

John SMEATON :

En 1756, qui découvrit que les chaux les plus hydrauliques, donc celles effectuant les meilleurs « prises » sont obtenues à partir d'un mélange de calcaire et d'argile et non, comme on le croyait depuis toujours, de calcaire pur [8].

Louis VICAT :

Qui découvre les propriétés des mortiers de ciment. En charge du pont de Souillac en Dordogne, il travaille sur la mise au point de ce nouveau mortier et parvient à isoler une cendre artificielle composée de calcaire et de silice qui devient ciment, il expérimente ensuite son emploi dans les piles du pont de Souillac [9].

En 1807, invention une pierre artificielle, qu'il composer des pierres factices aussi dures que le caillou. Mais ce n'est qu'après la théorisation de Vicat que le mortier de ciment se diffuse [9].

En 1812 à 1818, ingénieur des ponts et chaussées en poste en Dordogne, étudiait les mortiers (mélanges de sables et de liant), en vue de la fondation en rivière de pile de ponts, il élaborer les premiers éléments de la théorie de l'hydraulique, il caractérisa le pouvoir hydraulique du liant artificiel obtenu par cuisson et son évolution en fonction des teneurs respectives en calcaire et en argile [8].

En 1818, Louis Vicat publier les bases scientifiques des ciments artificiels et traça les premières adaptations de leurs propriétés en fonction du dosage de chacun des constituants puis élabore la théorie de l'hydraulique qui précise les proportions des différents composants nécessaires à la construction du ciment artificiel lors de la cuisson [8][9].

En 1822, Vicat mit sa science en œuvre pour réaliser le pont de Souillac, non seulement les fondations mais également la totalité du gros œuvre. Cet ouvrage en béton non armé [10].



Figure I.6 : Le pont de Souillac [10].

John ASPDIN :

En 1824 : qui proposer une formule de ciment artificiel appelé ciment portland, Surnommé par ce nom pour sa ressemblance avec la roche grise extraite de la presqu'île de portland [8].

En 1828, Louis Vicat réalise un pont suspendu en ciment, au-dessus de la Corrèze, à Argentat, qui démontre la qualité de son matériau [9].

François-Martin Lebrun :

En 1830 : invente la *pierre hydraulique*, obtenue par coulage d'un béton de chaux, en 1830 construit une maison de trois étages en béton à Albi, en mettant en application un béton non armé, coulé et corroyé entre des coffrages en bois soit pour les murs de façade ou les escaliers, etc .il construit aussi un temple protestant à corbarieu, puis un pont à Grisolles, près de Montauban et en 1843, L'art de Bâtir en béton [9][10].

En 1833 à 1848 : dans cette période, un polytechnicien installe des fours à chaux au Teil, et la première usine de ciment est créée par Dupont et Demarle à Boulogne-sur-Mer [9].

François Coignet :

En 1854, dépose un brevet pour du *béton économique* .la construction des nouveaux locaux est l'occasion de la découverte du *béton aggloméré*, mortier pilonné dans des coffrages qui forme une masse dure comme de la pierre qu'il appelle pierre sans fin, il dépose une série de brevets comme le béton hydrauliques, béton plastiques et pierre factice, il mit son brevet à contribution pour réaliser des ouvrage d'art (l'aqueduc de Vannes, le phare de Port-Saïd) et aussi nombreux immeubles, y compris sa maison personnelle en 1852 [9][10].

Louis Joseph Vicat :

En 1855, construit le pont du jardin des plantes de Grenoble, premier ouvrage au monde en béton coulé [13].



Figure I.7 : Premier ouvrage au béton coulé [13].

L'utilisation de l'armature pour reprendre les efforts de traction avait déjà été utilisée au moyen Age, Ceci se reflète dans leur utilisation de chaînes, en bois d'abord, en fer ensuite, destinées à reprendre les charges obliques engendrées par les œuvres portées (arcs, toiture,...).

L'idée de l'armement Apparut Parallèlement avec la naissance du béton :

Antoine Joseph Lorient :

En 1774 : suggéré d'armer les mortiers avec des barres de fer [9].

François Loudun :

En 1792 : recommande l'utilisation d'un plancher composé d'un treillis métallique noyé dans du ciment, l'idée sera reprise par Fleuret vers en 1807, puis par l'ingénieur Raucourt en 1824 [10] [9].

Henry Hawkes Fox et James Barret :

En 1844 : déposent un brevet pour réaliser un système dans lequel des solives de fonte sont noyées dans un béton de chaux [9].

Joseph Louis Lambot :

En 1849 : qui a fabriqué les premiers objets relevant du principe du béton armé, il construit sa fameuse barque imputrescible en fer et ciment et en 1855 dépose un brevet pour le (une combinaison de fer et mortier pour les constructions navales,...) [10].

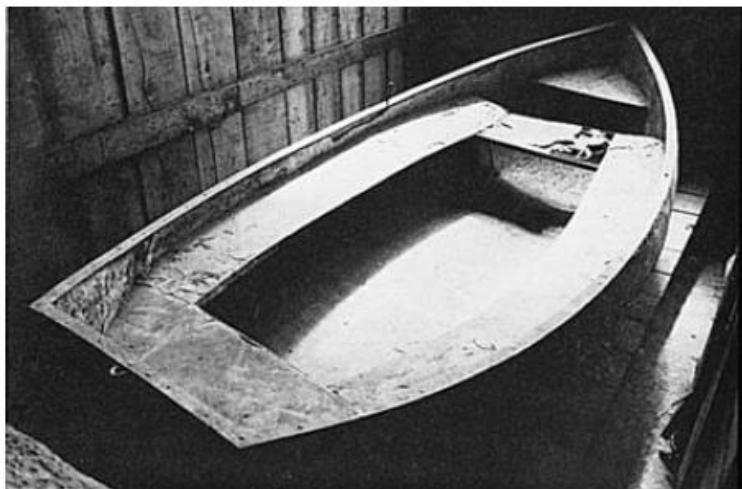


Figure I.8 : Barque de Lambot [9].

François Coignet en 1852 :

En 1852 : il utilise l'association (béton + métal) dans son béton aggloméré pour réaliser sa maison personnelle (noie les poutrelles métalliques dans le béton), c'est Sans aucun doute le premier immeuble en béton armé du monde, il n'a pas utilisé la chaux hydraulique comme liant mais additionné d'une faible quantité de ciment portland [9] [10].



Figure I.9 : La maison de Coignet à Saint-Denis (72, rue Charles Michel) [10].

Joseph Monier :

En 1867 : qui dépose un brevet pour un système de caisses-bassins mobiles en fer et ciment applicable à l'horticulture, il réalise le premier pont en ciment armé au château de chazelet [9] [10].



Figure I.10 : Pont en ciment de Joseph Monier [10].

François Hennebique :

En 1892, dépose un brevet concernant la fabrication de poutre en béton armé dans lequel il place la capacité des fers en fonction des contraintes et préconise *l'emploi d'étriers pour relier les fers longitudinaux* afin de répondre à l'effort tranchant et de faciliter la mise en œuvre [9] [12].

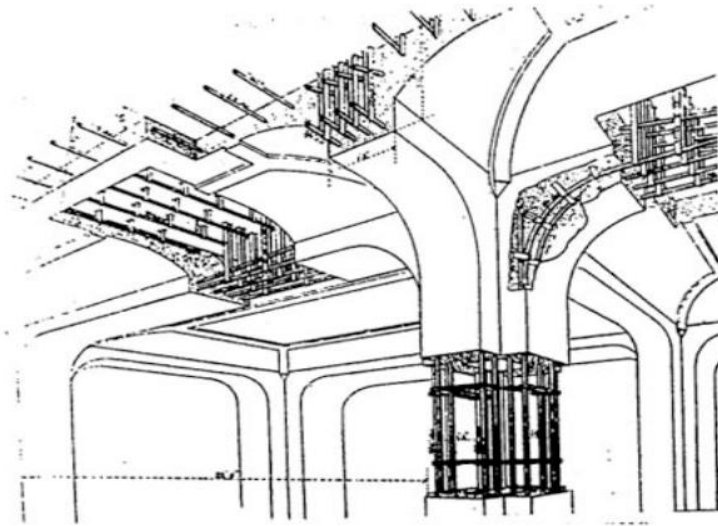


Figure I.11 : L'emploi d'étrier pour relier les fers longitudinal [10].

Charles RABUT :

En 1898, créa la premier cours de béton armé au monde à l'école Nationale des ponts et chaussées à paris [8].

François Hennebique entre 1898 et 1900 :

Construit le premier grand pont en béton armé, le pont Camille-de-Hogues, sur la Vienne à Châtellerault comprend trois arches de 40 m, 50 m, 40 m d'ouverture [13].

Durant le 20^{ème} siècle, la construction à l'aide de mariage du béton et d'acier utilisé intensivement, grâce à plusieurs ingénieurs. et les exemples de réalisation en béton armé sont trop nombreux on peut citer (les magasins Félix potin construits en 1902 à paris par Ausher et Hennebique, la Halle du centenaire en 1913, à Breslau en Prusse oriental (actuellement Hala stulecia, à Wroclaw en Pologne), ...etc [10].

Le béton découvert avec le temps considérait pour ingénieurs une boîte noire. Avec des propriétés inconnues et ils s'intéressaient à ses caractéristiques et propriétés macroscopiques (la résistance à la rupture, coefficient de fluage et *le module d'élasticité du béton*).

Tellement que le béton utilisé en abondance, il est devenu un matériau ordinaire. Pour cette raison, la Recherche ensuite dirigé vers la côté technique et économique d'énergie et les matériaux de base.

Le début était dans des grottes et cavernes, puis cabanes après cela la découverte du ciment ensuit l'invention du béton et le béton armé. Toutes ces réalisations ne pas satisfait les désirs des chercheurs, Lorsque ce dernier ne se arrête pas et resté en développent durable.

Le besoin incité Les chercheurs pour pensent à un autre type de béton. Comme les poutres de portée très important -comme les ponts- et peut supporter des grandes charges, Ce type est appelé le *béton précontrainte*.

Le béton pré contrainte à pour but de supprime les contrainst ou la sollicitation de traction dans le béton. Il est de deux types, le béton précontraint par pré-tension et le béton précontraint par post-tension.

I.4. Code de calcul :

C'est un ensemble de normes de conception et de calcule pour les bâtiments et les ouvrages de génie civil. Il contient une série de méthodes pour calculer les caractéristiques de matériaux (résistance mécanique des éléments, module d'élasticité de béton, ...). Ces méthodes de calcul basé sur l'interprétation directe de l'essai. Il permet de dimensionner les ouvrages de bâtiment et de génie civil en fonction de leur usage.et vérifier la stabilité et la sécurité des ouvrages. Permettent aussi de dimensionnement.

Le code de calcul donne des formules empiriques et non fixe. Car il est basé sur la recherche. Il varie d'une région à l'autre selon l'importance de l'action (neige, vent, séismes,...). Dans lesquels on utilise des coefficients de sécurité, soit de pondération ou bien de réduction.

L'utilisation de coefficients de sécurité influence sur la résistance des matériaux et Ceci affecte la sécurité (probabilité de rupture).

I.4.1. Certains codes de calcul :

- L'Eurocode 2 (norme européenne pour le calcul des bâtiments).
- B.A.E.L (Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites)
- ACI (le code American : l'abréviation d'**A**merican **C**oncrete **I**nstitute)
- BS (le code britannique : l'abréviation d'**B**ritish **S**tandard)
- C.B.A (règles de conception et de calcul des structures en béton armé)
- AIJ (le code japonais : l'abréviation d'**A**rchitectural **I**nstitute of **J**apan).
- Code canadien de calcul de ponts routiers (CSA-S6).

I.5. Problématique :

Dans les différents codes de calcul des structures, le module d'élasticité de béton (E_c) est donné par des formules empiriques. Généralement ces formules sont données en fonction de la résistance en compression du béton.

Ces codes donnent des formules différentes pour E_c . Par conséquent les valeurs obtenues de E_c est différentes d'un code à l'autre et ce pour la même résistance en compression du béton.

Selon certains de ces codes de calcul, la valeur du module d'élasticité expérimentale peut varier de ± 20 % de la valeur calculée avec les différentes formules empiriques. Par conséquent l'évolution de la capacité d'une structure avec ces valeurs calculées peut s'avérer erronée du point de vue, flèche, résistance, déformation et contrainte.

Le but de ce mémoire de master est d'étudier l'influence de la valeur du module d'élasticité calculée avec la formule de l'Eurocode, en utilisant le logiciel d'élément finis ADINA 9.0, sur les contraintes dans le béton et l'acier et la flèche d'une poutre isostatique et une dalle bidirectionnelle.

A decorative border in a light blue color, shaped like a scroll. It starts with a small loop at the top right, goes left, then down on the left side, then right at the bottom, and finally up on the right side to close the loop.

Chapitre II : recherche bibliographiques

Chapitre II : recherche bibliographique

II.1. Introduction :

Le béton est un matériau de construction résistant et durable que l'on peut mouler en des formes très variées : massifs de fondation, barrages, éléments de charpentes (poutre, dalles, poteaux) et coques minces de formes divers. Le béton est formé de granulats et d'une pâte d'eau et de ciment qui a durci dans le temps après des réactions d'hydratation. C'est un matériau capable de supporter des efforts de compression importants alors que sa résistance aux efforts de traction est très faible par rapport à sa résistance de compression [19]. Cette faiblesse est traduite par une formation des fissures aux parties tendues.

Afin de traiter cet inconvénient on met dans les zones soumises à des efforts de traction (les zones tendu), des barres d'acier (armatures).

Si l'on regarde la micro-structure (le mélange de granulats et de pâte de ciment) d'un béton bien formulé (figure. II.1), on observe un matériau relativement isotrope, dans le sens où il n'y a pas d'orientation privilégiée comme sur un matériau à fibres longues par exemple[5].

L'anisotropie n'apparaît que lorsque l'on sollicite (traction, compression, moment) le béton. On constate expérimentalement que la résistance en compression est d'environ 10 fois plus grande que la résistance en traction [5].

L'anisotropie n'existe pas à l'origine, donc l'anisotropie de béton induite par les sollicitations. Elle peut s'observer au niveau de la micro-structure, le mécanisme de dégradation (la micro-fissuration) qui se développe dans les deux cas est profondément différent [5].

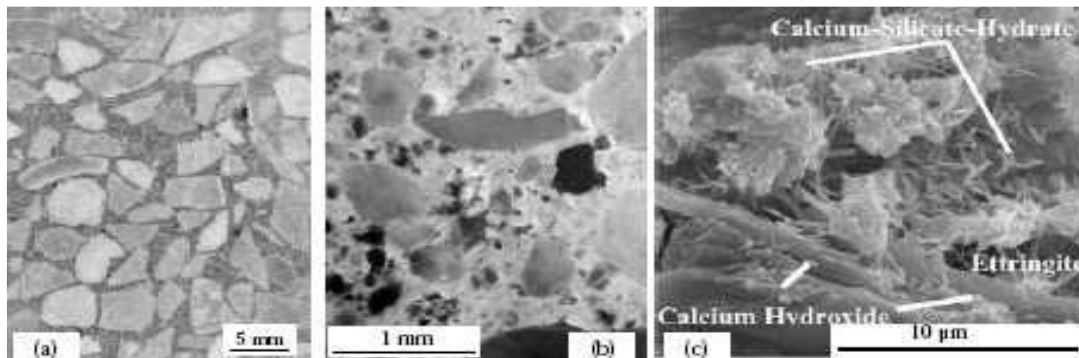


Figure II.1 : Structure multi-échelles d'un béton d'après J.M. AUVRAY [5].

II.2. Comportement de béton :

Le béton est caractérisé par une structure microscopique et macroscopique très hétérogène. Le Comportement de ce matériau est régi par des mécanismes si complexes et si dépendants qu'il est impossible de l'étudier exclusivement par voie expérimentale [18].

En effet, l'hydratation du ciment est un processus qui dure plusieurs années ; il en résulte une modification continue du matériau et l'hydratation libère de la chaleur. La distribution et la taille de granulats ainsi que leur proportion relative entrant dans la composition du béton sont des facteurs qui peuvent varier dans une certaine limite et influencer sur le comportement macroscopique du béton [18].

Le comportement du béton est la combinaison de plusieurs mécanismes, principalement non linéaires. Ce matériau étant fragile, les non-linéarités s'accompagnent de micro et/ou de macro-fissures [6].

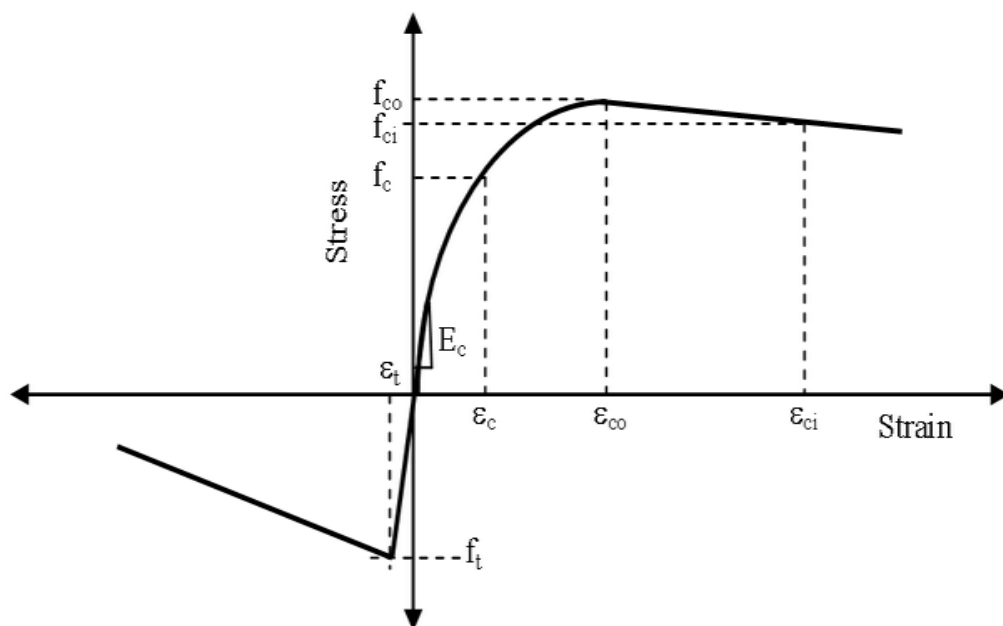


Figure.II.2. : diagramme contrainte-déformation du béton usuel.

II.3. Caractéristiques physiques et mécaniques du béton :

II.3.1. Caractéristiques physiques :

a. Masse volumique : également désignée par poids spécifique, est la densité d'un solide poreux basée sur le volume, y compris le volume des porosités.

La masse volumique du béton dépend du granulat. En fonction de la masse volumique sèche du béton, il est défini comme normal, léger ou lourd [33].

- Béton léger $> 800 - 2.000 \text{ kg/m}^3$
- Béton normal $> 2.000 - 2.600 \text{ kg/m}^3$
- Béton lourd $> 2.600 \text{ kg/m}^3$

b. Retrait : Au cours de sa vie, le béton subit une variation de volume sans chargement extérieur. Le retrait est une variation dimensionnelle du béton sans chargement extérieur [19].

Le retrait varie en fonction :

- de l'état hygrométrique du milieu ambiant
- du dosage de ciment
- de la qualité d'eau de gâchage [19].

II.3.2. Caractéristiques mécaniques :

Le béton est caractérisé par une bonne résistance à la compression et une résistance médiocre en traction. Un module d'Young qui prend deux valeurs selon que l'on considère des déformations instantanées ou des déformations à long terme et déformations différées.

a. Résistance caractéristiques à la compression : Le béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à 28 jours d'âge dite valeur caractéristique requise. Lorsque les sollicitations s'exercent sur un béton à un âge inférieur à 28 jours (à j jours ; en cours d'exécution), on se réfère à la résistance du béton au jour j considéré. Expérimentalement la résistance à la compression se mesure le plus souvent sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 16cm et de hauteur 32cm [19].

b. La résistance à la traction : La résistance à la traction du béton est beaucoup plus faible que sa résistance à la compression ($f_t \approx 1/10 f_c$). On peut déterminer expérimentalement cette résistance par :

- 1) Essai de traction direct : L'essai consiste à sceller deux barres d'acier dans une éprouvette, et procéder par arrachement
- 2) Essai par fendage (essai brésilien) : L'essai consiste à écraser un cylindre de béton entre les plateaux d'une presse

3) Essai par flexion : L'essai consiste à appliquer une charge concentrée (au milieu) sur une poutre de section transversale carrée [19].

c. Fluage (déformation sous charge constante) : lorsque le béton est conservé en étant soumis à un chargement constant, la déformation du béton augmente : c'est le fluage [19].

d. Le module d'élasticité :

*** Historique :**

Le module d'élasticité longitudinale ou module d'Young proportion à Thomas Young (1773-1829) [32]. Fondateur de l'optique physiologique et père de la théorie ondulatoire de la lumière, il est également le premier à déchiffrer certains hiéroglyphes égyptiens. Il naît le 13 Juin 1773, à Milverton, dans le Somerset, Angleterre. Il apprend seul dans les livres, épuisant chaque ouvrage en moitié moins de temps que ses précepteurs. En 1782 il intègre une école, à Crompton, qui semble adaptée à sa précocité d'esprit : les élèves y jouissent d'une liberté qui leur permet d'aller à leur propre pas. Il en sort en 1786, avec des bases solides en physique newtonienne et en optique. Il parlait plus de douze langues, européennes ou orientales [32].



Figure II.3 : Thomas Young, 1773-1829 (d'après un portrait peint par Sir Thomas Lawrence, 1769-1830) [32].

En 1792, il déménage à Londres, et entame des études de médecine à la Hunterian School. Il est accepté en internat au Saint Barthelemy Hospital. Là, en disséquant un oeil de boeuf, il découvre le mécanisme de l'accommodation, qu'il explique par une modification de la courbure du cristallin. Il formalise sa théorie dans *Observations sur la Vision*, qu'il soumet à la Royal Society de Londres le 30 mai 1793. Il obtient un doctorat de sciences physiques à la *Georg-August-Universität Göttingen* le 30 Avril 1796. Thomas s'inscrit à l'*Emmanuel College* à Cambridge. Il lui faut en effet un diplôme britannique pour intégrer l'Ordre de Médecins et pouvoir exercer [32].

Signe de sa formidable créativité, Young y introduit le module qui porte son nom et qui caractérise la déformation élastique d'un matériau sous la contrainte qui lui est appliquée. Sa santé se détériore brutalement en 1828, lors d'un voyage à Genève. Il est atteint de difficultés respiratoires en février 1829, et s'éteint le 10 mai de la même année à Londres [32].

*** Définition :**

Le module d'élasticité représente l'effort avec lequel il faut tirer ou presser sur un matériau ayant une section d'une unité ($S=1 \text{ mm}^2$) par unité de longueur ($\Delta L=1 \text{ mm}$) du matériau [17].

Ce module est la pente de l'essai de traction dans le domaine élastique. L'unité de mesure de ce module est homogène avec la contrainte, puisque ϵ est sans unité. Les valeurs typiques sont données en MPa ou GPa.

Le Module d'élasticité du béton est un facteur clé pour estimer la déformation des éléments structuraux. On plus est un facteur fondamental pour déterminer modulaire rapport, n , qui est utilisé pour la conception de la structure des éléments soumis à la flexion [20].

Le module d'élasticité est variable en fonction du niveau de contrainte auquel est soumis le béton [17]. Une valeur de E_c élevée indique une rigidité élevée du matériau (le diamant par exemple). À l'inverse le plomb ou l'étain sont des matériaux de rigidité faible [15].

Le module d'Young du béton augmente globalement avec la masse volumique des granulats légers et le grain en rigidité [16].

Est d'autant plus important que la fraction volumique de granulat est élevée. La diminution de ce module est liée à la diminution de la masse volumique du béton [16].

II.4. La valeur de module de Young :

La valeur du module de Young est donnée dans les codes de calcul par des formules empiriques en fonction, généralement, de la résistance du béton en compression. Ces formules, différente d'un code à l'autre.

La raison est considérée dans cette différence étant que les propriétés mécaniques du béton dépendent fortement sur les propriétés et les proportions des liants et agrégats. Cette enquête a été menée dans le cadre des travaux du Comité de recherche sur béton à haute résistance de différents Instituts d'architectures du monde. [20]

Aussi, il est possible de déterminer le module de Young expérimentalement en utilisant les méthodes proposées par certains standards de normalisation ; tel que l'ASTM C469, BS, ACI, AIJ ...etc. dans ce qui suit-on décrit les standards cités précédemment.

II.4.1. ASTM C 469-02 :

La société américaine pour les essais et les matériaux a rédigé le module d'élasticité et le Coefficient de Poisson du béton en compression. Cette norme prescrit l'utilisation d'un dispositif mécanique spécial appelé (*Compressomètre*), pour appliquer sur une éprouvette cylindrique en béton moulés ou des carottes forés de béton une contrainte de compression longitudinale. Ce dispositif est équipé d'un capteur (comparateur) qui mesure et amplifie la déformation verticale.

La valeur du module d'élasticité applicable dans un intervalle de contrainte variant de 0 à 40% de la résistance ultime du béton.

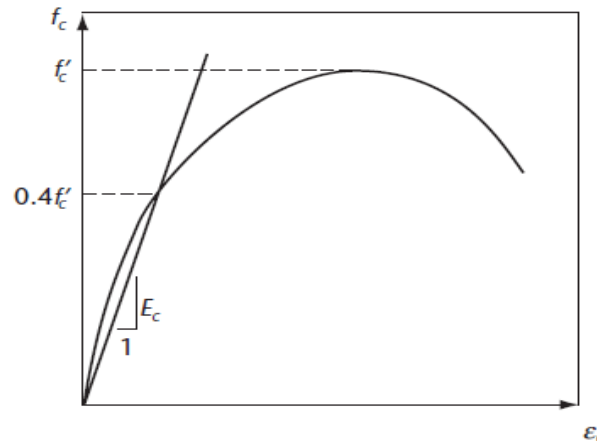


Figure II.4 : module d'élasticité selon l'ASTM.

Le module de Young est utilisé dans le dimensionnement des éléments structuraux armé et non, la détermination de la quantité des aciers pour le ferrailage et le calcul de contrainte pour les déformations observées.

Les valeurs de module d'élasticité obtenues seront généralement inférieures aux valeurs de module dérivé lors de l'application de charge rapide (taux dynamiques ou sismiques par exemple). Cette méthode de test fournit la valeur de rapport de la contrainte à la déformation (σ/ϵ) et la valeur de rapport de déformation latérale à déformation longitudinale ($\epsilon_{lat} / \epsilon_{lon}$) pour béton durci à n'importe quel âge et les conditions de durcissement peuvent être vérifiés.

a. le dispositif utilisé :

*** Compressomètre :**

Pour déterminer le module d'élasticité on utilise un dispositif sensible (jauge de déformation collée ou non sur des échantillons secs). Qui mesure la moyenne de déformation de deux lignes de jauge diamétralement opposées et parallèle, à l'axe, et centrées sur mi-hauteur de l'échantillon. La longueur effective de chaque ligne de jauge ne doit pas être inférieure à trois fois la taille maximale de l'agrégat dans le béton ni plus de deux tiers de la hauteur de l'échantillon.

Il est préférable que soient collées ou intégrées les jauges à la moitié de la hauteur de l'échantillon, et lire la déformation des deux lignes de jauge indépendamment ; Ou utiliser un *Compressomètre* (tel que représenté sur la Fig. II.5) constitué de deux culasse, dont l'un (voir B, Figure.II.5) est rigidement attaché à l'échantillon et l'autre (voir C, Fig.II.5) attaché en deux points diamétralement opposés de sorte qu'il est libre de tourner. A un point sur la circonférence de la culasse tournante, à mi-chemin entre les deux points d'appui, utiliser une tige de pivot (voir A, Figure. II.5) afin de maintenir une distance constante entre les deux culasse.

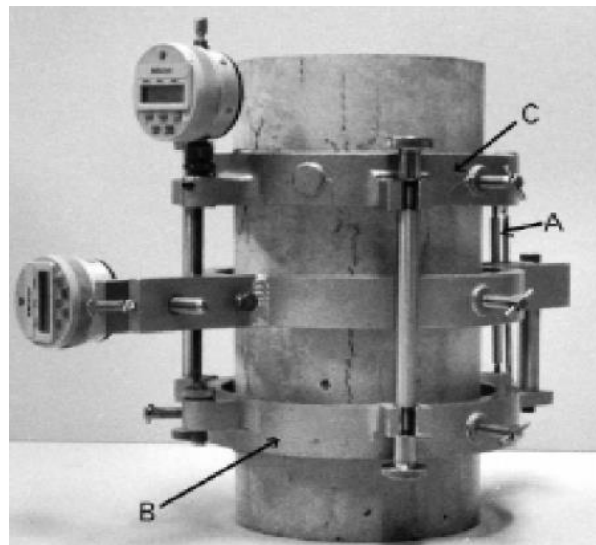


Figure II.5 : Compressomètre d'après l'ASTM.

Au point opposé sur la circonférence de la culasse tournante, la variation de la distance entre les culasses est égale à la somme du déplacement dû à déformation de spécimen et le déplacement dû à la rotation de la culasse autour de la tige de pivot (voir Fig. II. 6).

La mesure de déformation peut être réalisée, soit par un comparateur utilisé directement ou avec un système de levier de multiplication, soit par une jauge de déformation ou par un transformateur différentiel variable linéaire. Si les distances de la tige de pivot et la jauge par rapport au plan vertical passant par les points d'appui de culasse en rotation sont égaux.

La déformation de l'échantillon est égale à la moitié de la lecture de la jauge. Si ces distances ne sont pas égales, le calcul de la déformation comme suit : $d = g \cdot e_r / (e_r + e_g)$

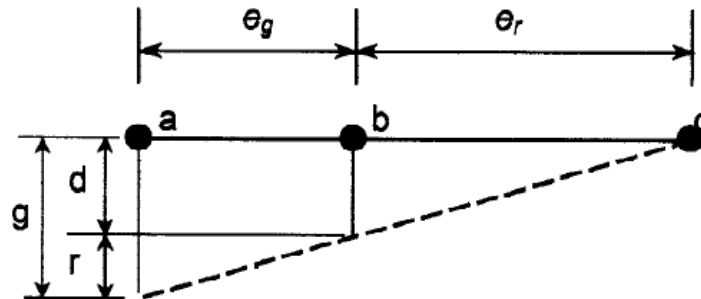


Figure II.6 : Schéma de déplacements d'après l'ASTM.

b. Eprouvettes :

* **Échantillon Cylindriques** : faire subir l'échantillon aux conditions de durcissement spécifiées et d'essai à l'âge, pour lesquels les informations d'élasticité sont atteintes. Testée les l'échantillon pendant 1 h après enlèvement de la salle de stockage.

Les spécimens enlève de la salle humide pour l'essai doit être conservé humide par un chiffon mouillé couvrant pendant l'intervalle entre l'enlèvement et de test.

* **Échantillons carotte forée** : les carottes doivent se conformer aux exigences du forage avec un diamètre pour des carottages ayant un rapport de longueur-à diamètre supérieur à 1,50. Les Exigences relatif au stockage et conditions ambiantes immédiatement avant l'essai doivent être les mêmes que pour éprouvettes cylindriques.

Les extrémités planes des éprouvettes doivent être faites perpendiculairement à l'axe ($\pm 0,5^\circ$) et lisses. La Planéité sera considérée dans la tolérance lorsqu'un 0,002 in. (0,05 mm).

-Mesurer de diamètre de l'éprouvette par étrier à la plus proche de 0,01 in. (0,25 mm) en faisant la moyenne de deux diamètres mesuré à angle droit par rapport à l'autre près du centre de la longueur de l'éprouvette. Utilisez ce diamètre moyen pour calculer la surface de section transversale.

c. Procédure :

1-Maintenir la température ambiante et l'humidité en tant que constant que possible pendant tout l'essai. Enregistre toute fluctuation inhabituelle de température ou d'humidité dans le rapport.

2- Utiliser des échantillons accompagnement pour déterminer la résistance à la compression.

3- Placer l'échantillon, avec l'équipement de mesure de déformation attache, sur le plateau inférieur ou portant bloc de la machine d'essai.

Aligner soigneusement l'axe de l'échantillon avec le centre de poussée du bloc d'assise sphérique de palier supérieur. Note la lecture sur les indicateurs de déformation. Comme le bloc d'assise sphérique est amené lentement à porter sur le spécimen, tourner la partie mobile du bloc doucement à la main de sorte que obtenu des placements uniforme.

4-Charger l'éprouvette au moins deux fois. Ne pas enregistrer toutes les données au cours du premier chargement. Le calcul base sur la moyenne des résultats des chargements ultérieurs.

Au cours du premier chargement, qui est principalement pour l'assise des jauges, observer la performance des jauges et corriger tout comportement inhabituel avant le deuxième chargement. Obtenir chaque ensemble de lectures comme suit : Appliquer la charge en continu et sans choc. Fixé la machines d'essai du Type de vis de sorte que la tête mobile se déplace à une vitesse d'environ 0,05 in. (1,25 mm) / min quand la machine tourne à vide.

Noter, sans interruption de la charge, la charge appliquée et la déformation longitudinale au point (1) quand la déformation longitudinale est de 50 millionièmes et (2) quand la charge appliquée est égale à 40 % de la charge ultime. La Déformation longitudinale est définie comme la déformation longitudinale totale divisée par la longueur effective de jauge. Si le coefficient de Poisson est à déterminer, enregistrer la déformation transversale aux mêmes points.

Si la courbe de contrainte- déformation est déterminer, prendre des lectures à deux ou plusieurs points intermédiaire sans interruption de chargement ; ou d'utiliser un instrument qui fait un enregistrement continu. Immédiatement après avoir atteint la charge maximale, sauf sur le chargement final, réduire la charge à zéro à la même vitesse à laquelle il a été appliqué.

Si l'observateur ne parvient pas à obtenir une lecture, compléter le cycle de chargement, puis répéter. Enregistrez le cycle extra dans le rapport.

5-II ne est pas interdit d'obtenir le module d'élasticité et la résistance sur la même charge à condition que les jauges sont durables amovible, soit efficacement protégés de sorte qu'il est possible de se conformer à l'exigence de chargement continu. Dans ce cas noter plusieurs lectures et déterminer la valeur de la déformation à la 40% de l'ultime par interpolation.

6-Si les lectures intermédiaires sont pris, tracer les résultats de chacun des trois essais avec la contrainte longitudinale à l'abscisse et la contrainte de compression en ordonnée.

d. le Calcul :

Le calcul de module d'élasticité, aux plus proches 50 000 psi (344,74 MPa) comme suit :

$$E = (s_2 - s_1) / (\epsilon_2 - 0.000050)$$

II.4.2. British Standard (CS1 : 1990) :

Cette norme établie la méthode de détermination de module d'élasticité statique en compression du béton durci sur des éprouvettes qui peuvent être coulé ou pris à partir d'une structure du béton. Cette norme Prévoit ce qui suit :

Le module d'élasticité statique de béton en compression est le rapport entre la contrainte de compression et la déformation, exprimée en termes de module sécant. Le module sécant en MPa est calculé à partir de l'équation : $E_c = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon}$

Où $\Delta \sigma$ et $\Delta \epsilon$ sont les différences de contrainte et de déformation, respectivement entre un niveau de charge de base de 0,5 MPa et un niveau de chargement représentant le tiers de la résistance à la compression du béton.

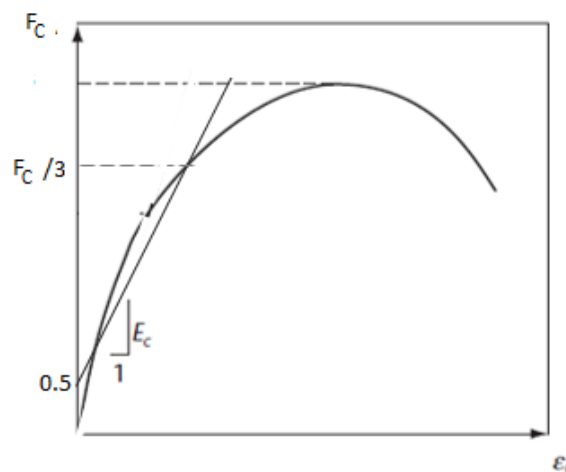


Figure II.7 : Module d'élasticité selon CS1 : 1990.

a. L'échantillon moulé :

Doit être cylindrique de 150 mm de diamètre par 300 mm de longueur. Les cylindres obtenus durcis et stockés. Ou cubique, où former deux ensembles des cubes de 150 mm sont également réalisés en béton et du même nombre puis laisser à durcir sous la même condition que le l'échantillon cylindrique. Si la surface supérieure du cylindre n'a pas été préparé pendant qu'il est encore réalisable, il doit être laissé à durcir et la surface supérieure préparée en broyant ou en plafonnant. Après le broyage ou le plafonnement, l'échantillon doit être stocké dans de l'eau ou une chambre d'humide jusqu'à saturation.

Plafonnement de soufre du cylindre durci : la couverture doit être le plus mince possible et ne pas dépasser 10 mm d'épaisseur en tout point. Le matériau de recouvrement se compose d'un mélange de parties en poids de soufre et de sable siliceux fin (dont la plupart passe sur tamis métallique tissé de 300 μm et est retenue sur un tamis métallique tissée de 150 μm) conjointement avec une faible proportion (1 % à 2 %) du noir de carbone ou un faible pourcentage (2 % à 4%) de polysulfure de caoutchouc. Le mélange est chauffé à une température de 130°C 150°C puis on la laisse refroidir légèrement. Le mélange doit être versé pour usiné une plaque d'acier qui a été légèrement réchauffé et finement recouvert avec du kérosène. Grâce à un guide, l'échantillon doit être placé dans cette couche avec son axe vertical.

Après quelques secondes, l'excédent de matière autour de l'échantillon doit être coupe loin avec couteau bien aiguisé et le l'échantillon levées de la plaque. La couverture doit pas se écouler ou fracture avant que le béton échoue.

b. Tolérances :

Si l'extrémité supérieure est broyée ou plafonné une fois durcie, les fins doit respecter les limites suivantes :

- (a) Planéité : La tolérance de planéité de la surface préparée doit être 0,06 mm
- (b) Parallélisme : La tolérance de parallélisme de la surface préparée par rapport à la surface inférieure du cylindre comme face de référence est 2,0 mm

La dimension minimale de la carotte ne doit pas être inférieure à trois fois de la taille maximale nominale de granulats dans le béton d'au moins 100 mm. Une carotte supplémentaire doit être prise pour la détermination de la résistance du béton.

c. Procédure :

*** Détermination de la résistance à la compression :** Tous les échantillons doivent être testés dans l'heure de la sortie de la salle d'eau ou de brouillard, alors qu'ils sont encore humides. Juste avant de commencer le test de module statique d'élasticité, la résistance à la compression de l'échantillon moulé doit être déterminée à partir des deux groupes de cubes de 150 mm du même lot, fait et durci dans des conditions similaires à celles de l'échantillon. Les cubes sont écrasés et la résistance du béton convertie en une force de cylindre équivalente en multipliant la résistance des cubes par un facteur de 0,8.

La valeur moyenne de la résistance à la compression (c'est à dire de la résistance équivalente du cylindre), f_c , détermine la contrainte à appliquer dans la détermination du module d'élasticité statique.

*** Des outils de mesure ou des points de fixation :** doit être attaché à l'échantillon d'essai axialement de telle sorte que les points de jauge sont équidistants à partir des deux extrémités de l'échantillon et à une distance non inférieure à un quart de la longueur de l'éprouvette ($L / 4$) de ses extrémités, Au moins une paire de mesures doivent être prise sur des côtés opposés d'échantillons. Si adhésifs sont utilisés pour les points de fixation ils devraient être mis en place rapidement. Les échantillons doivent être retirés du réservoir de durcissement ou de la salle de brouillard pour une durée aussi courte que possible pour permettre la surface à sécher pour l'application de colle. Les échantillons ne doivent pas être âgés de moins de sept jours. Les échantillons doivent être replacés dans la salle d'eau ou de brouillard pour un minimum de deux jours avant le test.

*** Chargement :** L'échantillon d'essai, avec les points de mesure des instruments ou de fixations attachés axialement, doivent être placés au centre de la machine. La contrainte appliquée à base est 0,5 MPa (σ_b), et les lectures de déformation de jauges à chaque ligne de mesure seront enregistrées. La charge doit être appliquée de façon constante et sans choc pour que la contrainte soit augmentée à un taux constant dans la fourchette de 0,5 à 0,7 MPa / s jusqu'à elle atteigne un tiers de la résistance à la compression du béton ($\sigma_a = f_c / 3$). La contrainte doit être maintenue pendant 60 secondes et les lectures de déformation à chaque ligne de mesure pendant les 30 secondes qui suivent doivent être enregistrées.

Lorsque le centrage est suffisamment précis, la charge doit être réduite au niveau de la contrainte de base au même rythme que pendant le chargement. Au moins deux cycles de chargement supplémentaires, utilisant le même rythme de chargement et de déchargement,

doivent être effectués et les contraintes (σ_a et σ_b) maintenues constantes pour une période de 60 secondes. Après l'achèvement du dernier cycle de chargement et une période d'attente de 60 secondes sous le contrainte $\sigma_b = 0,5$ MPa, la lecture des déformations dans les différentes lignes de mesure ε_b , pendant les 30 secondes suivantes doit être enregistrée.

Les échantillons doivent être rechargés a contrainte σ_a au taux spécifié, et la lecture de déformation ε_a aux différentes lignes de mesure prises dans 30 secondes doit être enregistrée.

Quand toutes les mesures d'élasticité ont été terminées, la charge sur l'échantillon d'essai doit être augmentée, au taux prévu, jusqu'à la rupture de l'échantillon se produit. Si la résistance à la compression de l'échantillon diffère de f_c de plus de 20 %, cela doit être noté dans le rapport de l'essai.

d. Le calcul :

Les déformations moyennes ε_a et ε_b sont calculées respectivement. Et Le module d'élasticité statique en compression E_c (en MPa) est donné par l'équation : $E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b}$
Où :

σ_a : est la contrainte de chargement supérieur en MPa ($\sigma_a = f_c/3$).

σ_b : est la contrainte de base (0,5 MPa).

ε_a : est la déformation moyenne sous le chargement supérieure.

ε_b : est la déformation moyenne sous la pression de base.

Le résultat doit être exprimé le plus proche de 500 MPa pour des valeurs plus de 10 000 MPa, et le plus proche de 100 MPa pour des valeurs inférieures à 10 000 MPa.

II.4.3. British Standard (BS 5400-4 :1990) :

Le module d'élasticité à utiliser pour l'analyse élastique doit être adaptée à la résistance de cube du béton à l'âge considéré et dans l'absence d'enquêtes spéciales devrait être obtenue comme suit :

a) -Analyse de la structure. Pour déterminer les effets du chargement permanente et les effets du chargement à court terme : la valeur appropriée indiquée dans le tableau II.1

Pour déterminer les déformations et leur effets, imposées une valeur intermédiaire donnée dans le tableau II.1.

b)- Analyse de la section. Pour déterminer la largeur des fissures et les contraintes dues aux effets de permanente et Chargement en cours à court terme et déformations imposées : une valeur intermédiaire approprié entre ce. Donnée dans le tableau II.1.

La valeur intermédiaire appropriée du module d'élasticité mentionnée en (a) et (b) devrait refléter la proportion des effets permanents et à court terme dans la combinaison. Lorsqu'une analyse élastique plus précis pour permanente charges est approprié.

Résistance caractéristique ou la résistance du cube de béton à âge considéré (N/mm ²)	Module d'élasticité de béton, E_c (KN/mm ²)
20	25
25	26
30	28
40	31
50	34
60	36

Tableaux II.1. : Module d'élasticité du béton sous charge court terme selon BS 5400-4 :1990.

L'effet du fluage sous charge à long terme est normalement accordé pour la moitié, en utilisant les valeurs dans tableau II.1 pour le module d'élasticité.

Pour le béton léger ayant une densité de l'air sec entre 1400 kg /m³ et 2300 kg /m³ , les valeurs donnée dans le tableau II.1 devrait être multiplié par $(D_c / 2300)^2$ où D_c est la densité de l'agrégat léger béton en kg/m³ . Alternativement, la valeur du module d'élasticité pour une résistance spécifique peut être obtenue à partir d'essais.

Le module d'élasticité dépend essentiellement de la résistance à l'écrasement du béton. Il est cependant, influencé par les propriétés élastiques de l'ensemble et dans une moindre mesure par les conditions de durcissement et âge du béton, les proportions de mélange et le type de ciment.

Pour béton de granulats naturels et ayant une masse volumique de 2300 kg/m^3 ou plus, la module statique ou dynamique d'élasticité peut être prise d'après le tableau II.2 pour le béton à la compression de diverses forces.

Résistances à la compression, f_c N/mm^2	Module statique, E_c		Module dynamique, E_{cq}	
	Valeur signifié KN/mm^2	gamme typique KN/mm^2	Valeurs signifié KN/mm^2	gamme typique KN/mm^2
20	25	21 à 29	35	31 à 39
25	26	22 à 30	36	32 à 40
30	28	23 à 33	38	33 à 43
40	31	26 à 36	40	35 à 45
50	34	28 à 40	42	36 à 48
60	36	30 à 42	44	38 à 50

Tableaux II.2 : Module d'élasticité du béton selon BS 5400-4 :1990.

Si un chiffre plus précis est nécessaire pour matériaux particulièrement et un mélange particulier, les tests devraient être faits conformément à la norme BS 1881. Bétons de quelques sources particulières de granulats peuvent avoir un module d'élasticité sensiblement à l'extérieur de la plage donnée dans le tableau II.2.

L'utilisation de ces matériaux peut être autorisée à condition que la valeur appropriée pour module d'élasticité obtenue à partir d'essais soit utilisé en calculs de conception. Il peut être commode d'utiliser le module dynamique méthode d'essai pour obtenir une valeur estimée pour le module statique en utilisant la formule :

$$E_c = 1.25E_{cq} - 19$$

Une telle valeur estimée sera généralement correcte à $\pm 4 \text{ kN/mm}^2$. En variante, la valeur du module d'élasticité pour la résistance spécifique peut être obtenu à partir du producteur de granulats légers. Ni l'équation ni les données indiquées dans le tableau II.2 Relative au module d'élasticité dynamique n'est applicable à béton de granulats légers.

II.4.4. CSA A23.3-04 :

"Canadian Standard Association "standard pour le calcul des structures en béton:

1^{er} Cas : Le module d'élasticité du béton à la compression E_c , utilisé dans la conception doit être considérée comme la moyenne module sécant pour une contrainte de $0,40 f'_c$ déterminée pour le béton similaire conformément à la norme ASTM C 469.

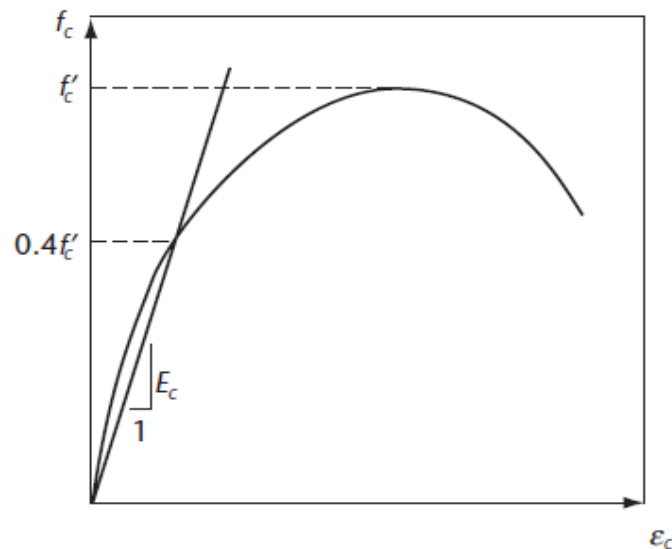


Figure II.8 : Le module d'élasticité dans CSA.

2^{ème} Cas : au lieu des résultats d'essais de béton similaire, le module d'élasticité E_c pour béton avec γ_c entre 1500 et 2500 kg / m³ peut être considérée comme :

$$E_c = (3300\sqrt{f'_c} + 6900) \left(\frac{\gamma_c}{2300} \right)^{1.5} \quad \text{avec } \gamma_c : \text{densité du béton.}$$

3^{ème} Cas : en lieu et place des **1^{ème} Cas** et **2^{ème} Cas**, le module d'élasticité E_c de béton de densité normale avec résistance à la compression comprise entre 20 et 40 MPa peut être considéré comme :

$$E_c = 4500\sqrt{f'_c}$$

Remarque : la valeur d' E_c est déterminée expérimentalement par la fraction d'agrégat dans le mélange et le taux de la charge. Le module d'élasticité des bétons canadiens sera généralement compris entre 80 et 120 % des valeurs spécifiées dans les **2^{ème} Cas** et **3^{ème} Cas**.

II.4.5. CAN/CSA-S6-06 :

Le Code canadien sur le calcul des ponts routiers donne le module d'élasticité en fonction de deux paramètres ; la résistance prescrite à la compression du béton et la densité du béton et considère que en l'absence de données plus exactes, le module d'élasticité du béton E_c doit être calculé de la façon suivante :

$$E_c = (3000\sqrt{f_c'} + 6900) \left(\frac{\gamma_c}{2300} \right)^{1.5}$$

Le module sécant d'élasticité, E_c , est défini comme la pente de la ligne qui passe par le point $0.4 f_c'$ comme le montre la figure II.1.5. La valeur de E_c est approximative et est fortement influencée par la fraction agrégat dans le mélange et le module d'élasticité de l'agrégat.

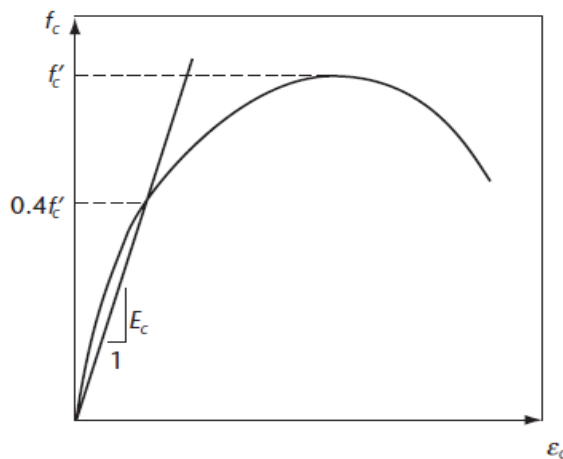


Figure II.9 : Module d'élasticité dans CAN/CSA-S6-06

II.4.6. CSA A23.1-04/A23.2-04 :

Constituants et exécution des travaux/Méthodes d'essai et pratiques normalisées pour le béton. Ce code considère que :

Il n'y a pas de relation fixe entre la résistance à la compression et le module d'élasticité qu'un gros granulat peut produire. Si un module d'élasticité élevé est exigé, comme dans le cas de certains bâtiments de grande hauteur, il est essentiel de procéder à des essais précontractuels.

II.4.7. ACI 318-95 et ACI 318-05 :

Le code American Concrete Institute considère que : Le module d'élasticité E_c pour le béton dépende de deux facteurs premièrement la résistance à la compression spécifiée du béton notée (f_c'), et le deuxième l'unité de poids du béton notée (W_c). Il autorisé à prendre en :

Pour f_c' en psi :

$$E_c = W_c^{1.5} 33 \sqrt{f_c'}. \quad \text{Pour des valeurs de } W_c \text{ entre } 90 \text{ et } 155 \text{ lb/ft}^3.$$

$$E_c = 57,000 \sqrt{f_c'}. \quad \text{Pour le béton de poids normal.}$$

Pour f_c' en MPa :

$$E_c = W_c^{1.5} 0.043 \sqrt{f_c'}. \quad \text{Pour des valeurs de } W_c \text{ entre } 1440 \text{ et } 2480 \text{ Kg/m}^3.$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c'}. \quad \text{Pour le béton de poids normal.}$$

E_c où a été défini comme la pente de la ligne tracée d'une contrainte de zéro à une contrainte de compression de $0.45 f_c'$.

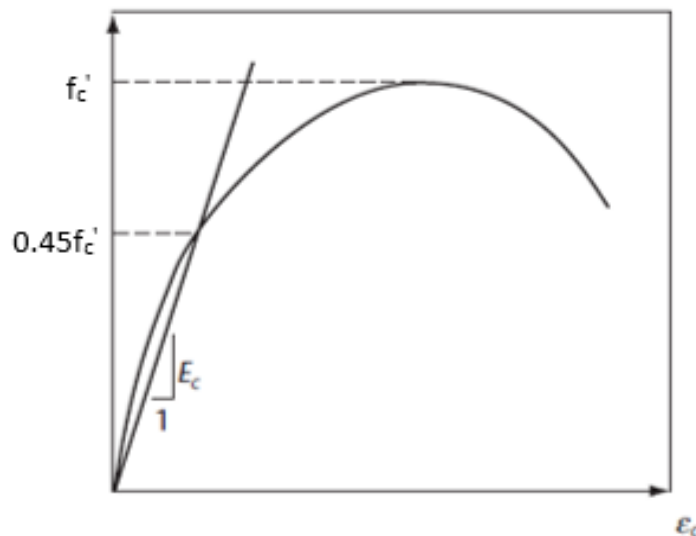


Figure.II.10 : module d'élasticité dans ACI.

Ce module est sensible au module de l'agrégat et peut être différent de la valeur spécifiée. Les valeurs mesurées varient généralement de 120 à 80 % de la valeur spécifiée.

II.4.8. Architectural Institute of Japan AIJ :

Le module d'élasticité de béton est un facteur clé pour estimer la déformation des éléments structuraux, ainsi que d'un facteur fondamental pour détermination le coefficient

d'équivalence, n , qui est utilisée pour la conception des éléments de structure soumis à la flexion. Sur la base de la relation du module d'élasticité du béton qu'il est proportionnelle à la racine carrée de la résistance à la compression dans les limites de la résistance du béton ordinaire, AII spécifie l'équation suivante pour estimer le module d'élasticité du béton :

$$E = 2.1 \times 10^5 (\gamma/2.3)^{1.5} (f_c/200)^{1/2}$$

Où :

E = module d'élasticité (kgf/cm^2).

γ = unité de masse de béton (t/m^3) et f_c = résistance de calcul spécifiée du béton.

Cette équation est appliquée au béton d'une résistance spécifiée de 36 MPa ou moins, qui est défini comme la résistance normale du béton. Un certain nombre d'expériences ont révélé que cette équation gonfle le module de élasticité que la résistance à la compression augmente [20].

II.4.9. BAEL 91(béton armé aux états limites) et CBA 93 :

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, on admet, à défaut de mesures, qu'à l'âge de j jours, le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} est égal à :

$$E_{ij} = 11\,000 f_{cj}^{1/3}$$

f_{cj} (Exprimé en MPa) désignant la résistance caractéristique à la compression à j jours

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40 + 0.95j} f_{c28} \quad \text{Pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$$

II.4.10. Eurocode2 NF EN 1992-1-1 :

Le module d'élasticité du béton dépend du module d'élasticité de ses constituants. Des valeurs approchées de E_{cm} , module sécant entre $\sigma_c = 0$ et $0,4f_{cm}$.

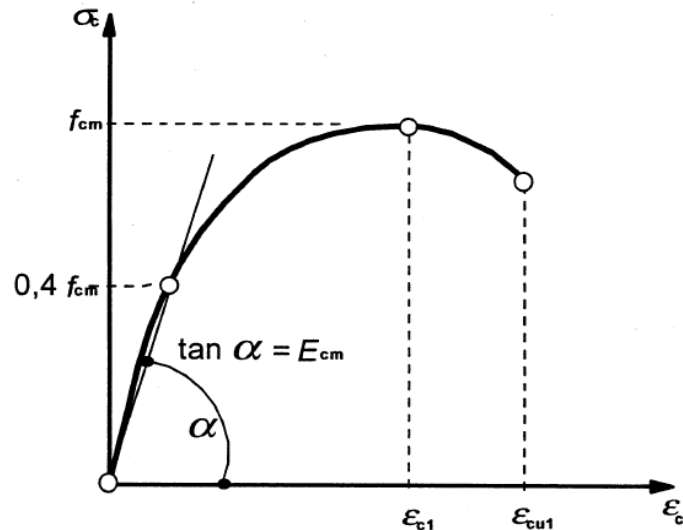


Figure II.11 : Représentation schématisée de la relation contrainte-déformation (l'utilisation de $0,4f_{cm}$ pour la définition de E_{cm} est une approximation).

Pour des bétons contenant des granulats de quartzite. Pour des granulats calcaires et des granulats issus de grès, il convient de réduire la valeur de 10 % et 30 % respectivement tandis qu'il convient de l'augmenter de 20 % pour des granulats issus de basalte.

L'eurocode donne une équation empirique pour calculer le module d'élasticité E comme suit :

Module d'élasticité sécant du béton (déformation instantanée) :

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \text{ en MPa}$$

$$\text{Avec } f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$$

Module d'élasticité effectif du béton (déformation différée, prise en compte du fluage) :

$$E_{c, \text{eff}} = \frac{E_{cm}(t_e)}{1 + \varphi(\infty, t_e)} \quad \text{Avec } E_{cm}(t_0) : \text{ module de déformation du béton à } t_0 \text{ jours.}$$

t_0 : âge de la première mise en charge.

$\varphi(\infty, t_0)$: coefficient de fluage.

A défaut de justifications particulières :

$\varphi(\infty, t_0) = 2$ (cf. recommandations professionnelles)

$$\rightarrow E_{c, \text{eff}} = \frac{E_{cm}}{3}$$

II.5. La résolution analytique des problèmes :

La résolution analytique des problèmes ne peut se faire que dans un nombre de cas limité et généralement sous de fortes hypothèses. On peut, simplifier les équations du problème en le discrétisant c'est-à-dire en vérifiant des équations en un nombre limité de point. On obtient alors un système d'équations linéaires dont la taille dépend de la finesse de la discrétisation. La solution du problème discrétisé est une solution approchée du problème réel. Les méthodes généralement utilisées sont :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des équations intégrales aux frontières.
- La méthode des éléments finis.

Les méthodes numériques sont très utilisées dans le domaine de la mécanique mais ont un champ d'application très vaste [22].

La méthode dont nous allons utiliser dans notre étude est l'élément finis.

II.5.1. La méthode d'éléments finis :

a. Définition :

La méthode des éléments finis (MEF) est une méthode d'approximation numérique de solutions de problèmes aux limites statiques ou dynamiques tels que la diffusion thermique, mécanique des milieux continus ... etc. Il s'agit, comme dans toutes les méthodes numériques, de trouver une approximation discrète. Pour faire bref, d'un problème différentiel aux limites linéaire, on trouve une formulation variationnel associée équivalente, dont on calcule une approximation de la solution en projetant sur un espace de dimension finie, ce qui revient à résoudre au final un système linéaire [28].

L'appellation éléments finis vient de la décomposition du domaine d'étude en éléments : ils sont souvent représentés par un maillage [28].

Les sciences de l'ingénieur (mécanique des solides et des fluides, thermique ...) permettent de décrire le comportement de systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations. Elle nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur [23].

En pratique, les logiciels de calcul par éléments finis sont devenus des outils pour l'ingénieur, au même titre que les méthodes de calcul traditionnelles de la mécanique des sols. L'utilisation d'un code de calcul a été rendue très facile par le développement de pré- et de post-processeurs conviviaux et simples d'emploi. Les meilleurs automatismes offrent des possibilités très intéressantes, mais la construction du maillage d'éléments finis dépend encore pour beaucoup des choix de l'ingénieur. Cette étape est fondamentale dans la mise au point du modèle d'éléments finis, et il n'est pas toujours évident de savoir jusqu'à quel point il faut aller dans la discrétisation et le raffinement [24].

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Elle fait appel aux trois domaines suivants [23] :

- Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- Programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

b. Historique :

L'origine de la méthode peut se trouver dans les travaux de Fermat et Bernoulli (1743) avec le calcul des variations, puis il faut attendre le début du XX^{ème} siècle avec les progrès en analyse avec la méthode de Galerkin se basant sur des théorèmes de projection dans les espaces de Hilbert. En 1943 Robert Courant introduit le principe variationnel avec des fonctions de base à support locaux ouvrant la voie à une division d'un domaine considéré en « éléments ». Cependant ce n'est qu'avec le développement des ordinateurs que ces travaux trouvent leurs applications avec les travaux pionniers de Zienkiewicz et Argyris qui

définiront la méthode en 1960. Ce qui amène le succès de la méthode et sa puissance est l'apport du calcul matriciel, introduit par un ingénieur civil anonyme. La méthode connaît alors un développement fulgurant accompagné par les progrès de l'informatique [28].

c. État actuel :

La méthode des éléments finis est maintenant très répandue dans les industries, en particulier en construction aéronautique, aérospatiale, navale et nucléaire. Elle se développe en ce moment dans les applications de la mécanique des fluides : étude de la marée, des transports de sédiments, étude des phénomènes de pollution thermique ou chimique, des interactions fluide-structure. De nombreux programmes généraux de calcul sont disponibles pour utiliser industriellement la méthode des éléments finis, principalement dans le domaine de la mécanique des solides. Citons par exemple NASTRAN, ASKA, SAP, MARC, ANSYS, TITUS, ADINA. Ces programmes généraux sont conçus pour être exécutés sur de gros ordinateurs. Une nouvelle génération de programmes, plus modulaires et adaptés aux mini-ordinateurs, va permettre l'utilisation de la méthode des éléments finis par des entreprises et bureaux d'étude de taille réduite [23].

Il existe déjà quelques programmes qui permettent de résoudre des problèmes de dimension moyenne sur des micro-ordinateurs. Pour que la méthode des éléments finis soit efficace dans les applications industrielles, il faut utiliser des programmes d'assistance à la préparation des données et à l'interprétation des résultats. Ces pré- et post processeurs se développent rapidement en ce moment ; ils utilisent les techniques de l'informatique graphique et interactive [23].

d. Les formes des éléments :

Les formes des éléments à des domaines 1D, 2D ou 3D. chaque élément est identifié par un nom qui caractérise sa dimension, sa géométrie et la nature de la courbe frontière. Le nombre de nœuds d'un élément est directement lié au degré de la courbe frontière :

- 2 nœuds pour une droite
- 3 nœuds pour une quadratique
- 4 nœuds pour une cubique.

On peut donc facilement en déduire qu'un quadrilatère à 8 nœuds possède 4 cotés constitués d'arc de cercle, c'est-à-dire de courbes quadratiques [30].

* **Éléments classiques :**

a) 1D :

- linéaire ou quadratique : L2, L3

b) 2D :

- éléments triangulaires : T3, T6

-éléments quadrilatéraux : Q4, Q8

c) 3D :

- éléments tétraédriques : TE4, TE10

-éléments hexaédriques : H8, H20

-éléments prismatiques : P6, P15 [26].

* **Élément de référence :** La plupart du temps, tous les éléments d'un maillage sont différents. Ainsi, les fonctions de bases ne sont pas identiques sur les éléments. De plus, l'intégration des termes de raideur sur un élément de taille et d'orientation quelconque peut être compliquée. Alors tous les codes éléments finis utilisent la notion d'élément de référence. Il s'agit d'un élément aux formes et dimensions simples, dans un espace de référence, qui est commun à tous les éléments du même type [31].

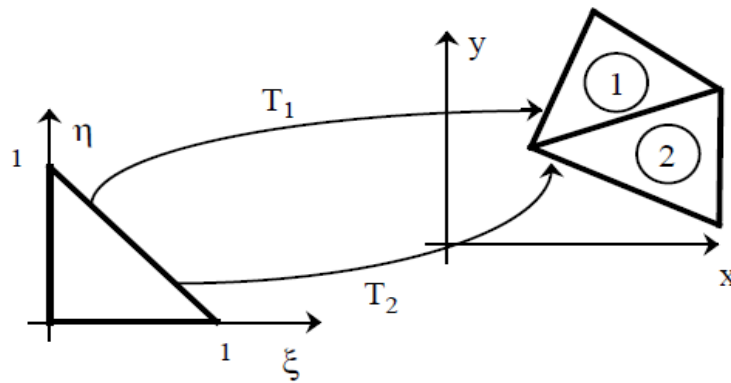


Figure II.12: Élément de référence et transformation géométrique [31].

* **Les éléments réels** : sont définis à partir de l'élément de référence par une transformation géométrique définie par les positions des nœuds dans l'espace réel [31].

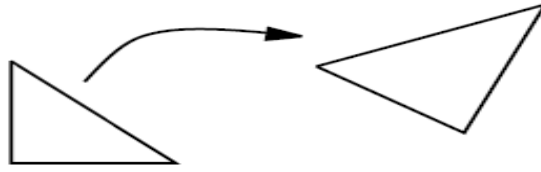


Figure II.13 : Transformation avec des fonctions de forme linéaires [31].

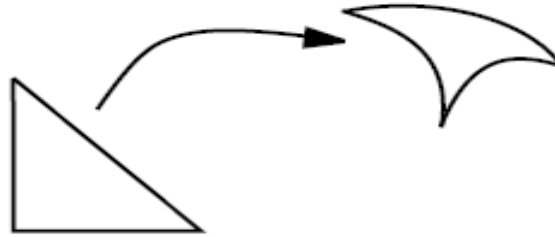


Figure II.14 : Transformation avec des fonctions de forme quadratiques [31].

II.5.2. Principes de la MEF :

La MEF est basée sur la subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds. Le comportement mécanique de chaque élément est considéré séparément, puis ils sont assemblés de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud [26].

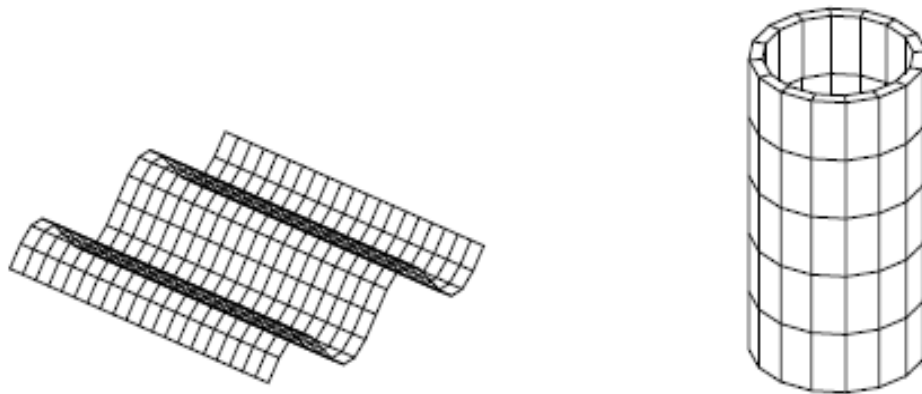


Figure II.15 : Maillages [28].

La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Les

nœuds et les éléments n'ont pas forcément de signification physique particulière, mais sont basés sur des considérations de précision de l'approximation [26].

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes :

- discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;
- assemblage des matrices élémentaires ;
- prise en compte des conditions aux limites ;
- résolution du système d'équations [29].

II.5.3. Domaines d'application de la MEF :

On retrouve les premières applications véritables de la méthode des éléments finis en 1956 en mécanique des structures. Un groupe de chercheurs (Turner, Clough, Martin et Topp) de Boeing utilisent cette méthode pour calculer la voilure d'un avion. La méthode des éléments finis est maintenant reconnue comme l'une des principales méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) dans des géométries quelconques, que ce soit en dimension un, deux ou trois. On trouve même des méthodes d'éléments finis en dimension 4.

Les applications sont tout aussi nombreuses et variées. Les ingénieurs de diverses disciplines utilisent les éléments finis, que ce soit en mécanique des fluides ou des solides, mais aussi pour les problèmes thermiques, électromagnétiques, chimiques, etc. On retrouve aussi des applications en physique, et notamment en astrophysique [27].

L'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions : formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème, évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits et analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés [29]. Il utilise aussi dans analyse linéaire (statique et dynamique), analyse non linéaire (grands

déplacements, grandes déformations, contact et frottement, flambage, ...), mise en forme des matériaux thermique (en régime permanent et transitoire, ...), dynamique rapide (choc, impact, crash) et optimisation des structures [26].

II.5.4. Le rôle de MEF :

Depuis une quinzaine d'années, l'utilisation de la méthode des éléments finis a connu un développement très important dans les bureaux d'études et les centres de recherches en géotechnique. Ainsi, il est aujourd'hui courant de réaliser, pour des grands projets, des analyses par éléments finis afin de vérifier la stabilité d'un ouvrage en interactions avec son environnement, de contrôler les valeurs de déplacements admissibles et d'aider au dimensionnement des structures [24]. Aussi, il est utilisé pour gagner du temps, économisé de l'argent et pour augmenter la sécurité.

II.5.5. Discrétisation :

a. Approximation nodale par sous-domaines :

La construction d'une fonction approchée $u(x)$ est difficile lorsque le nombre de nœuds et donc de paramètres inconnus u_i devient important. Le problème se complique encore si le domaine V a une forme complexe et si la fonction $u(x)$ doit satisfaire des conditions aux limites sur la frontière de V . La méthode d'approximation nodale par sous-domaines simplifie la construction de $u(x)$. Elle consiste à:

- identifier un ensemble de sous-domaines V_e du domaine V .
- définir une fonction approchée $u_e(x)$ différente sur chaque sous-domaine par la méthode d'approximation nodale. Chaque fonction $u_e(x)$ peut dépendre des variables nodales d'autres sous-domaines comme c'est le cas dans l'approximation de type "Spline" [26].

b. Approximation nodale par éléments finis :

La méthode d'approximation nodale par éléments finis est une méthode particulière d'approximation nodale par sous-domaines qui présente les particularités suivantes :

- L'approximation nodale sur chaque sous-domaine V_e ne fait intervenir que les variables nodales attachées à des nœuds situés sur V_e et sur sa frontière.

-Les fonctions approchées $u_e(x)$ sur chaque sous-domaine V_e sont construites de manière à être continues sur V_e et elles satisfont des conditions de continuité entre les différents sous-domaines. Les sous-domaines V_e sont appelés des éléments connectés par des nœuds [26].

c. Règles de partition du domaine en éléments :

Deux éléments distincts ne peuvent avoir en commun que des nœuds situés sur leurs frontières, si elle existe.

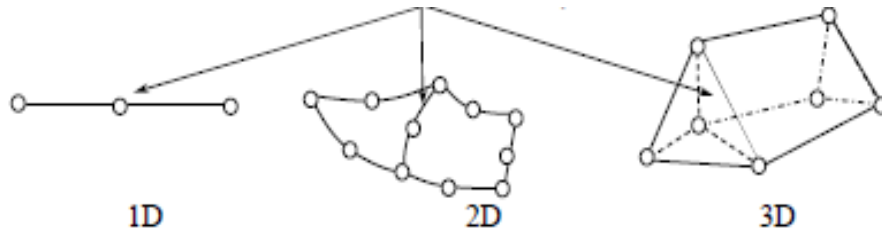


Figure II.16 : Nœuds situés sur des frontières [26].

-L'ensemble de tous les éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine donné.

-Le recouvrement de deux éléments et les trous entre éléments sont inadmissibles [26].

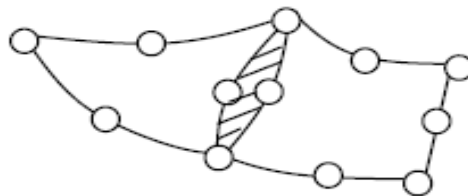


Figure II.17: Recouvrement de deux éléments [26].

d. Erreur de discrétisation géométrique :

-Lorsque la frontière du domaine est constituée par des courbes ou des surfaces plus complexes que celles qui définissent les frontières des éléments, une erreur est inévitable. Cette erreur est appelée "erreur de discrétisation géométrique".

Elle peut être réduite

-en diminuant la taille des éléments.

-en utilisant des éléments à frontières plus complexes [26].



Figure II.18 : éléments à frontières complexes [26].

II.5.6. La matrice de rigidité et l'assemblage :

Depuis une cinquantaine d'années la mécanique des structures permet l'analyse des assemblages de barres et poutres, Le comportement de chaque élément de barre ou de poutre est représenté par une matrice de rigidité élémentaire construite grâce aux hypothèses de la résistance des matériaux. À partir des matrices élémentaires, nous construisons un système d'équations algébriques en utilisant des conditions de continuité des déplacements et d'équilibre des forces aux points de jonction des éléments ou nœuds, La résolution du système d'équations correspondant à des sollicitations données conduit aux déplacements de tous les nœuds de la structure [23].

Après le maillage et pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire $[k^e]$ reliant les degrés de liberté (déplacements) nodaux $\{u^e\}$ et les forces $\{f^e\}$ appliquées aux nœuds :

$$[k^e] \{u^e\} = \{f^e\}$$

Ensuite, Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global $[K] \{U\} = \{F\}$ de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds [26].

II.6. Calcule théorique selon Eurocode 2 :

Le travail de ce mémoire fait selon la norme européenne NF EN 1992-1-1 Octobre 2005

Eurocode 2 : Calcul des structures en béton

Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments

L'Eurocode 2 s'applique au calcul des bâtiments et des ouvrages de génie civil en béton non armé, en béton armé ou en béton précontraint.

La Partie 1-1 de l'Eurocode 2 énonce les principes de base du calcul des structures en béton, constitué de granulats de masse volumique normale ou de granulats légers, ainsi que des règles spécifiques pour les bâtiments.

II.6.1. Analyse structurale :

L'analyse structurale permet de déterminer la distribution, soit des sollicitations (M, N, V), soit des contraintes, déformations et déplacements de l'ensemble ou d'une partie de la structure. Elle permet d'identifier les sollicitations aux divers états limites dans les éléments ou les sections de la structure.

Le calcul doit prendre en considération la géométrie, les propriétés de la structure et son comportement à chaque stade de sa construction.

Les éléments d'une structure sont classés, selon leur nature et leur fonction, en poutres, poteaux, dalles, voiles, plaques, arcs, coques, etc.

Les modèles de comportement couramment utilisés pour l'analyse sont :

1) *Comportement élastique linéaire* ; l'analyse linéaire basée sur la théorie de l'élasticité est utilisable pour les états limites ultimes et les états limites de service.

L'analyse linéaire peut être utilisée pour la détermination des sollicitations, en supposant des sections non fissurées, un diagramme contrainte-déformation linéaire et des valeurs moyennes des modules d'élasticité.

Pour les effets des déformations d'origine thermique, des tassements et du retrait à l'état limite ultime (ELU), on peut admettre une rigidité réduite, correspondant aux sections fissurées, en négligeant la participation du béton tendu mais en incluant les effets du fluage. Pour l'état-limite de service (ELS), il convient de considérer une évolution graduelle de la fissuration.

2) *Comportement élastique-linéaire avec redistribution limitée.*

3) *Comportement plastique.*

4) *Comportement non-linéaire*

II.6.2. Les éléments structuraux :

a. Les poutres :

Une poutre est un élément dont la portée est supérieure ou égale à 3 fois la hauteur totale de la section. Lorsque ce n'est pas le cas, il convient de la considérer comme une poutre-cloison [EC2].

→ $L \geq 3.h$, sinon poutre-cloison.

b. Les dalles :

Une dalle est un élément dont la plus petite dimension dans son plan est supérieure ou égale à 5 fois son épaisseur totale [EC2].

→ $\text{Min}(L_x; L_y) \geq 5$ fois son épaisseur totale.

c. Les poteaux :

Un poteau est un élément dont le grand côté de la section transversale ne dépasse pas 4 fois le petit côté de celle-ci et dont la hauteur est au moins égale à 3 fois le grand côté. Lorsque ce n'est pas le cas, il convient de le considérer comme un voile [EC2].

→ $\text{Max}(b, h) \leq 4 \text{ min}(b, h)$ et $L \geq 3 \text{ max}(b, h)$ sinon : voile.

II.6.3. Diagrammes contraintes-déformations pour le calcul des sections :

Trois diagrammes sont admis pour le calcul des sections des éléments en BA : le plus simple est le diagramme rectangulaire.

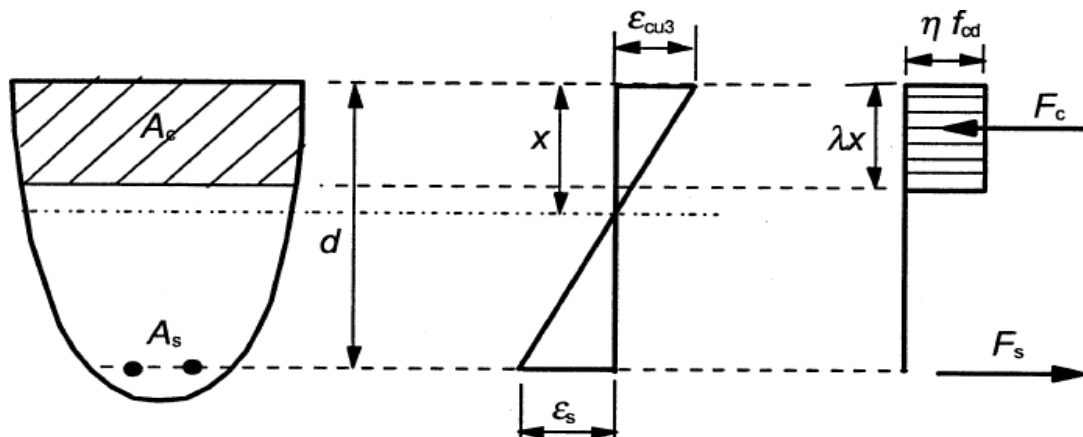


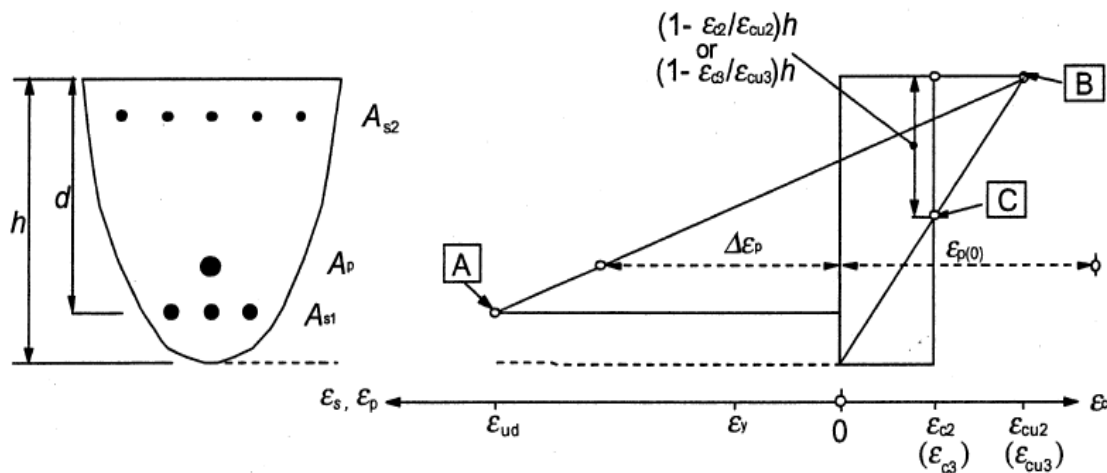
Figure II.19 : Diagramme rectangulaire selon EUROCOD2.

Si la largeur de la zone comprimée diminue dans la direction de la fibre extrême la plus comprimée, il convient de réduire ηf_{cd} de 10 %. Tel que : $f_{cd} = 0.85 f_{ck}/\gamma_c$ ($f_{ck} \leq 50$ MPa)

Avec γ_c coefficient de sécurité partiel du béton = 1.5

Dans les parties des sections qui sont soumises à une charge approximativement centrée (Excentricité/hauteur $< 0,1$), telles que les membrures comprimées des poutres-caissons ou les colonnes, il convient de limiter la déformation moyenne en compression dans cette partie de la section à ϵ_{c2} (ϵ_{c3} si diagramme bilinéaire ou rectangulaire simplifié) [EC2].

La Figure II.20 montre les valeurs limites des déformations relatives admissibles dans le béton et les armatures d'une section en béton armé à l'état limite ultime. :

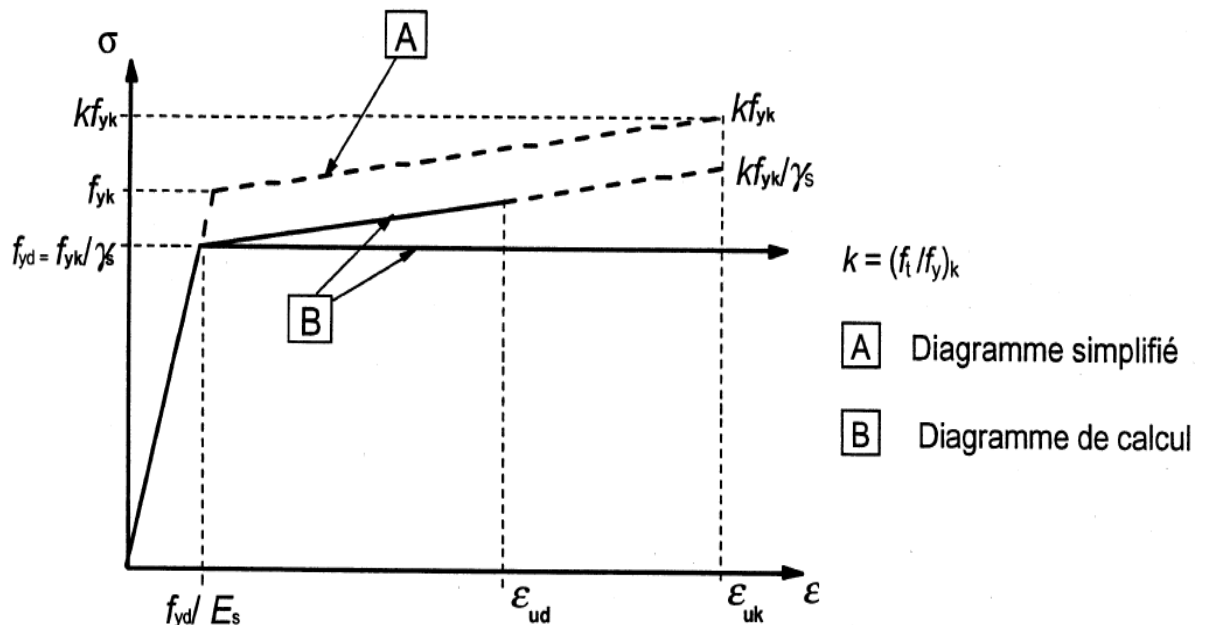


- A** - limite de déformation relative en traction des armatures de béton armé
- B** - limite de déformation relative du béton en compression
- C** - limite de déformation relative du béton en compression pure

Figure II.20 : Diagramme des déformations relatives admissibles à l'état-limite ultime selon EUROCOD2.

II.5.4. les contraintes dans les armatures :

Les contraintes dans les armatures de béton armé se déduisent des diagrammes de calcul donnés dans la figure II.20. Cette figure représenté la limite élastique : $f_{yk} = 500$ MPa (S500), Module de Young : 200 000 MPa et le contrainte de calcul ELU = $f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s=435$



MPa Avec $\gamma_s = 1,15$ (sauf actions accidentelles: $\gamma_s = 1$) [21].

Figure II.21 : Diagramme contrainte-déformation simplifié et diagramme de calcul pour les aciers de béton armé (tendus ou comprimés) [EC2].

II.7. Vérification à l'ELU :

II.7.1. Flexion :

a. Calcul de la hauteur utile :

La hauteur utile d est définie comme étant la distance z entre les fibres les plus comprimées et le centre de gravité des armatures tendues. Avec l'enrobage c_{nom} est la distance entre la surface de l'armature la plus proche de la surface du béton et cette dernière.

Donc, dans le cas d'une poutre comportant des étriers d'effort tranchant,

$$d = h - c_{nom} - \text{diamètre étrier} - \text{diamètre barre}/2.$$

Il n'y a d'étriers que dans les poutres, et ils sont généralement de diamètre 8 ou 10mm [21].

$$C_{nom} = \text{enrobage minimal égale à } c_{min, dur} + 10 \text{ mm (tolérance).}$$

b. Configurations de calcul (poutre rectangulaire) : soit la section de poutre rectangulaire :

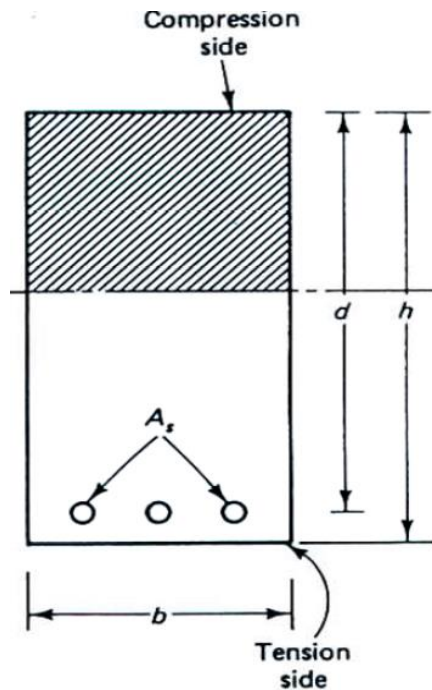


Figure II.22 : Poutre rectangulaire [21].

Nous considérons que : M_{Ed} (Moment agissant) et M_{rd} (Moment résistant). La vérification d'une poutre en BA fléchie à l'ELU revient à calculer son moment résistant M_{rd} .

En effet, comme la poutre est soumise à flexion pure, on a :

$$F_c = F_s \text{ (équilibre de translation)} \longrightarrow x_u = A_s \cdot f_{yd} / 0.8 b f_{cd}$$

$$M_{rd} = F_s \cdot z = F_c \cdot z \text{ (équilibre moment)} \longrightarrow M_{rd} = F_s (d - 0.4 x_u)$$

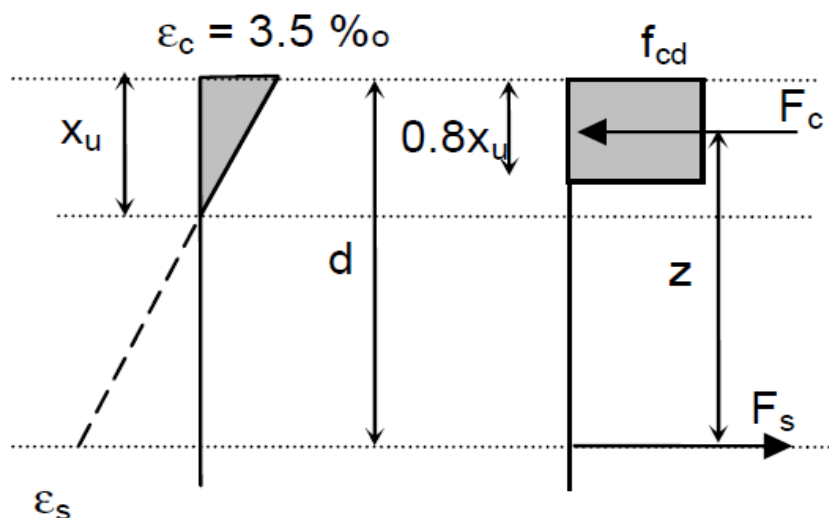


Figure II.23 : Diagramme de contrainte – déformation [21].

c. Dimensionnement des armatures :***Calcul de la position de l'axe neutre plastique :**

On calcule : $f_{cd} = 0.85.f_{ck}/1.5$ et $x_u = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{z M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}}{0.8}$

Si $x_u/d \leq (x_u/d)_{lim}$, il n'y a pas besoin d'armatures comprimées (souhaitable et + économique, sauf si on ne peut faire autrement par manque de place) [21].

Pour des poutres ou dalles isostatiques, on a :

$(x_u/d)_{lim} = 0,45$ pour des bétons de classe de résistance $\leq C35/45$ et

$(x_u/d)_{lim} = 0,35$ pour des bétons de classe de résistance $\geq C40/50$.

*** Calcul de la section d'armatures :**

Le bras de levier $z = d - 0.4x_u$

Les limites de x_u/d imposées par l'EC2 :

$x_u/d \leq 0,25$ pour les bétons de classe de résistance $\leq C50/60$

$x_u/d \leq 0,15$ pour les bétons de classe de résistance $\geq C55/67$

On a toujours : $f_s = f_{yd}$. On calcule alors la section d'armatures $A_s = M_{Ed} / (f_{yd} \cdot z)$

*** Armature double :**

Si $x_u/d > (x_u/d)_{lim}$, on doit ajouter des armatures comprimées pour ramener le x/d dans les limites (cela nécessite un bon armaturage transversal : intervalle maxi entre étriers = 15 diamètres des barres comprimées) [21].

Dans ce cas on calcule : $x_u = (x_u/d)_{lim} \cdot d$

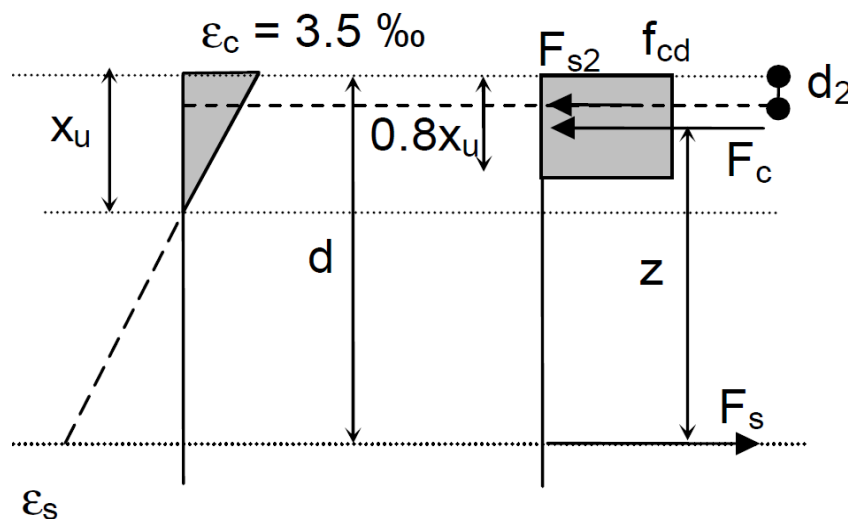


Figure II.24 : Diagramme de contrainte – déformation [21].

Contrainte dans l'armature comprimée : $f_{s2} = \min (700(x_u-d_2)/x_u ; 435)-f_{cd}$ effort complémentaire de compression apporté par l'armature comprimée : $F_{s2}=f_{s2}.A_{s2}$

$$\Delta M = M_{Ed} - 0.8 x_u b \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4x_u)$$

Et l'aire d'armature comprimée se calcule par : $A_{s2} = \frac{\Delta M}{f_{s2} \cdot (d - d_2)}$

Puisque on a $x_u/d = (x_u/d)_{lim}$, on sait que la contrainte dans l'armature tendue vaut $f_{yd}=435$ MPa

Et la section d'armatures tendues se détermine par : $A_s = \frac{0.8x_u b f_{cd} + F_{s2}}{f_{yd}}$

II.7.2. formule de pré-dimensionnement rapide de la section et des armatures :

a. Hauteur basée sur la sollicitation :

La formule ci-dessous est basée sur une utilisation rationnelle du béton ($\epsilon = 3.5 \times 10^{-3}$) et de l'acier ($\epsilon=10 \times 10^{-3}$).

On a dans ce cas $x_u/d = 3.5 / (10+3.5) = 0.259$.

$bh^2 \geq 10 M_{Ed}/f_{ck}$ (unités cohérentes).

Si on prend $z = 0.9d$, on a alors : $A \simeq \frac{M_{Ed,ELU}}{0.9d \cdot f_{yd}}$

b. Hauteur basée sur la limitation de la flèche :

Si on veut respecter les flèches, on peut estimer la hauteur à partir des valeurs de L/d (portée/hauteur utile) limites et prendre en première approximation $d=0.9h$:

Pour une Poutre sur appuis simples $\longrightarrow L/d = 14$

Pour une dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions $\longrightarrow L/d = 20$

Avec L = portée.

II.7.3. Dispositions constructives des armatures de flexion :

-Section minimale d'armatures tendues : $A_{s, \min} = \max (0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t \cdot d; 0.0013 \cdot b_t \cdot d)$

-Section maximale d'armatures tendues ou comprimées : $A_{s, \max} = 0.04A_c$ où b_t = largeur moyenne de la zone tendue. A_c = section de béton. f_{ctm} = résistance à la traction.

$$f_{ctm} = 0.3 \times (f_{ck})^{2/3} \text{ en MPa} \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 2.12 \times \ln \left(1 + \frac{f_{cm}}{10} \right) \text{ en MPa} \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

Et f_{ck} = résistance caractéristique à la compression et f_{yk} = limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé.

- Espacement minimale des barre $S_{\min} = \max(\text{diamètre de la barre} ; (d_g + 5) \text{ mm} ; 20 \text{ mm})$ (où d_g est la dimension du plus gros granulat) [21].

Toutefois, pour les éléments secondaires, où un certain risque de rupture fragile peut être accepté, $A_{s, \min}$ peut être égal à 1,2 fois la section exigée dans la vérification aux ELU. Pour une poutre formant une construction monolithique avec ses appuis, il convient de dimensionner la section sur appuis pour un moment fléchissant résultant de l'encastrement partiel d'au moins 0.15 fois le moment fléchissant maximal en travée, y compris lorsque des appuis simples ont été adoptés dans le calcul.

Pour les Dalles : Il convient de prévoir, dans les dalles unidirectionnelles, des armatures transversales secondaires représentant au moins 20 % des armatures principales. Au voisinage des appuis, des armatures transversales aux barres principales supérieures ne sont pas nécessaires lorsqu'il n'existe aucun moment fléchissant transversal.

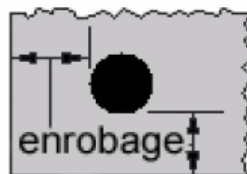
II.7.4. calcul des enrobages minimum (c_{nom}) :

L'enrobage minimal des armatures de béton armé et des armatures de précontrainte dans un béton de masse volumique normale, qui tient compte des classes d'exposition et des classes structurales, est donné par $c_{\min, \text{dur}}$.

C_{nom} : L'enrobage est la distance entre la surface de l'armature la plus proche de la surface du béton et cette dernière. Un enrobage minimal doit être assuré afin de garantir :

- la bonne transmission des forces d'adhérence
- la protection de l'acier contre la corrosion (durabilité)
- une résistance au feu convenable [21].

$$C_{\text{nom}} = c_{\min, \text{dur}} + 10\text{mm (tolérance)}$$



Dalles



Poutres

Figure II.25 : L'enrobage minimal des armatures [21].

II.8. Vérification à l'ELS :

II.8.1. Contrôle des déformations (flèches) – Condition de dispense du calcul rigoureux :

Le calcul des flèches dans une structure en béton armé est très complexe du fait que le béton se fissure et présente des déformations différées (fluage et retrait).

L'Eurocode 2 propose, comme alternative, un rapport l/d (portée/hauteur utile) limite, qui s'il est supérieur au l/d réel, dispense du calcul exact des flèches [21].

On calcule : $\rho_0 = 0.1 \sqrt{f_{ck}}$ (en %) (Pourcentage d'armatures de référence)

Et : $\rho = \frac{100 A_s}{b \cdot d}$ (pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment sollicitant à l'ELU).

$$(1/d)_{\text{Lim}} = K \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \quad \text{si } \rho \leq \rho_0$$

$$(1/d)_{\text{Lim}} = \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{si } \rho > \rho_0$$

Où : $(1/d)_{\text{Lim}}$: est la valeur limite du rapport portée/hauteur utile

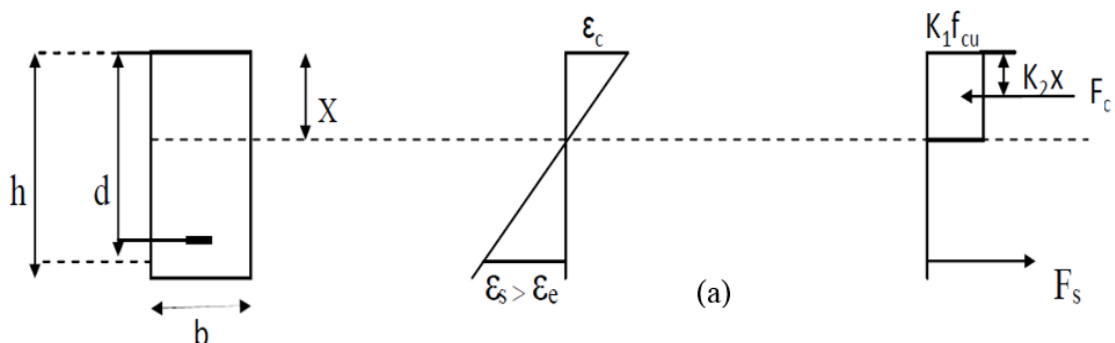
K est un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux

1,0 Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions

ρ' est le pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment engendré par les charges de calcul f_{ck} est en MPa.

a. Section sous armée :

Une section en béton armé est dite sous armée, si à l'état limite ultime, définie pour $\varepsilon_c = 3,5 \cdot 10^{-3}$, la déformation relative des armatures tendues est supérieure à la déformation limite élastique de l'acier ε_e [3].



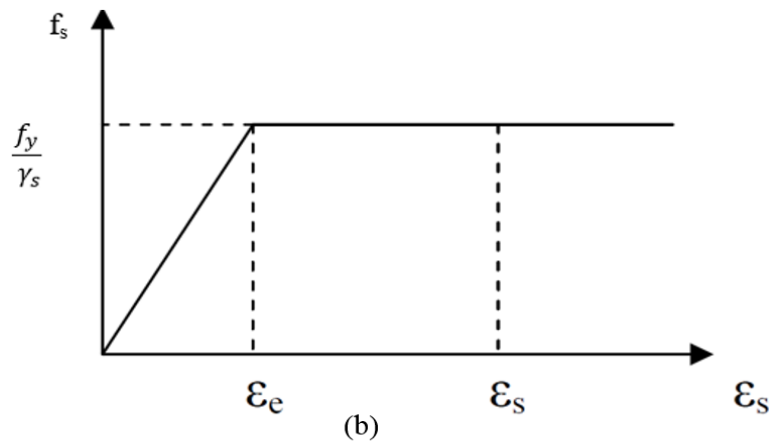


Figure II.26 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire sous armée [3].

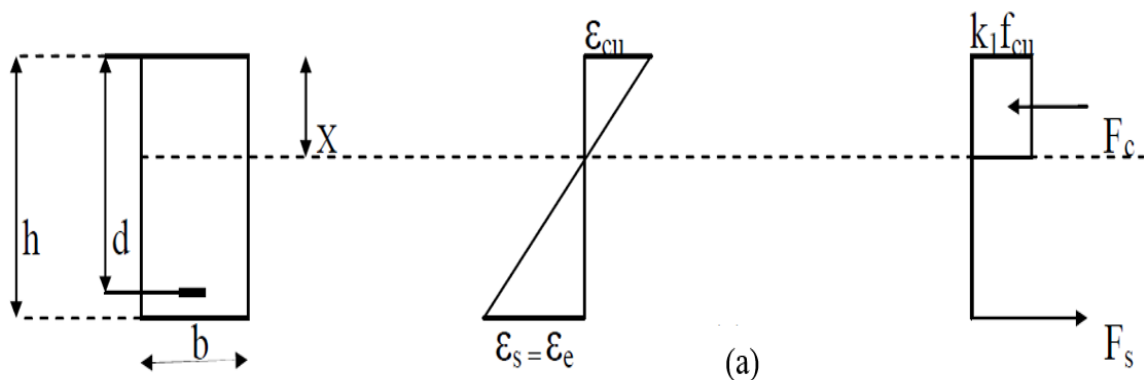
Dans ce cas : $\epsilon_s > \epsilon_e$ donc $\rho < \rho_0$ alors la section est sous armée.

Pour des raisons d'économie, le cas de la section sous armée représente la solution optimale, pour le concepteur en béton armé, car les matériaux, aciers et béton, sont correctement exploités.

Le mode de rupture dans ce cas, représente un autre avantage, car la ductilité de l'acier permet une rupture lente et donne des avertissements avant la ruine, par traction primaire [3].

b. Section équilibrée :

La section est équilibrée, lorsque la déformation relative dans les aciers ϵ_s est égale à la déformation limite élastique de l'acier considéré ϵ_e . Par conséquent la contrainte dans les aciers est égale à la contrainte d'écoulement [3].



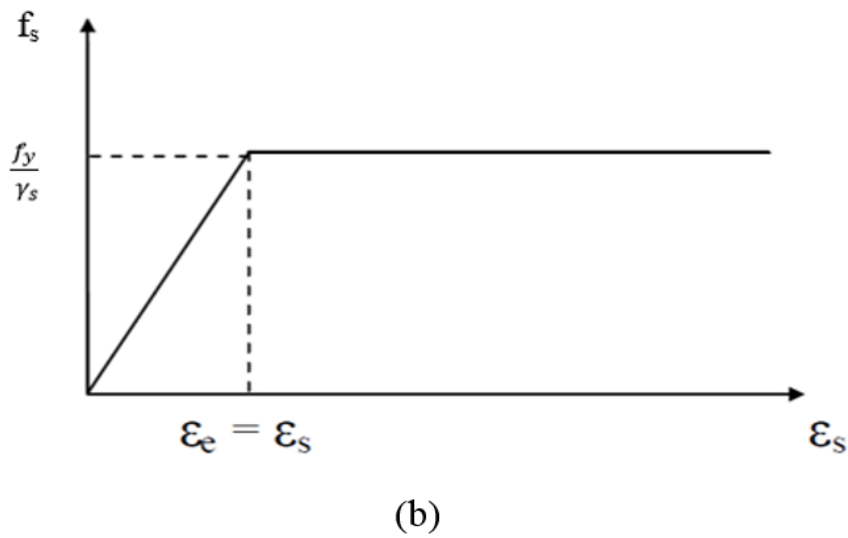


Figure II.27 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire équilibrée [3].

Dans ce cas : $\varepsilon_s = \varepsilon_e$ donc $\rho = \rho_0$ alors la section est équilibrée.

c. Section sur armée :

La déformation relative des armatures ε_s , est dans ce cas inférieure à la déformation limite élastique ε_e et par conséquent, l'acier a un comportement élastique (loi de Hook) [3].

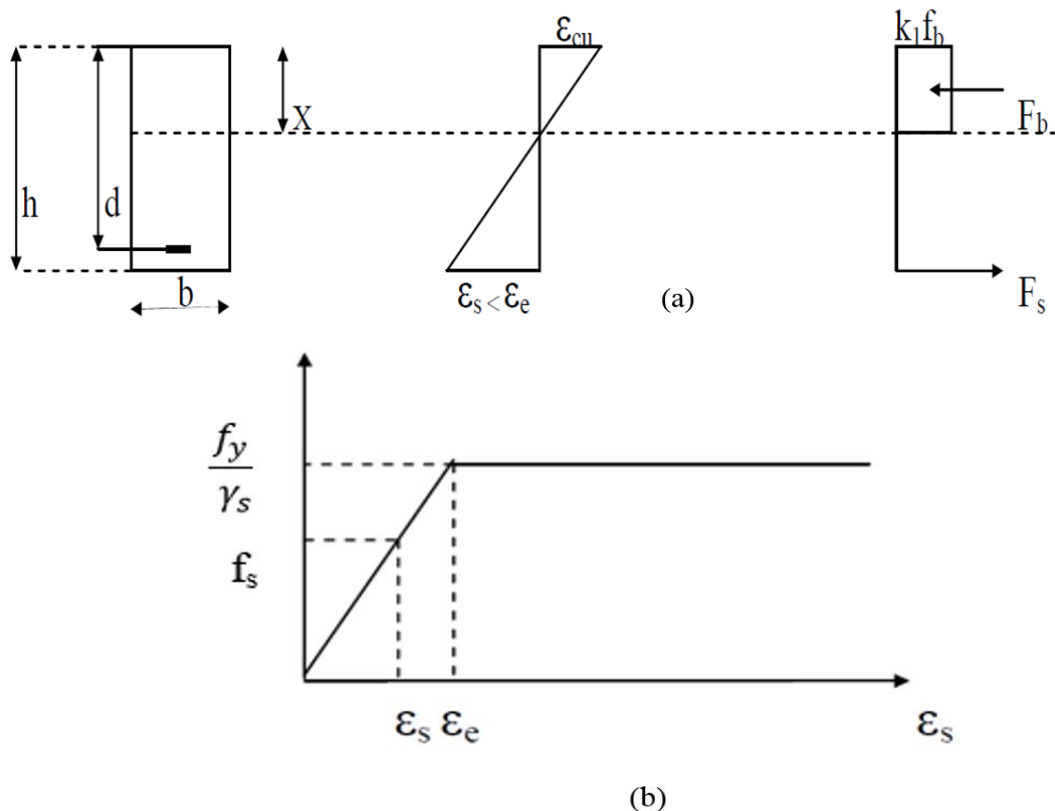


Figure II.28 : Distribution des contraintes et déformations d'une section rectangulaire sur armée [3].

Dans ce cas : $\varepsilon_s < \varepsilon_e$ donc $\rho > \rho_0$ alors la section est sur armée.

Une section sur armée présente une rupture brutale par compression primaire.

II.8.2. Contraintes limites :

La contrainte de compression dans le béton doit être limitée afin d'éviter les fissures longitudinales, les micro-fissures ou encore des niveaux élevés de fluage, lorsque ceux-ci pourraient avoir des effets inacceptables pour le fonctionnement de la structure.

a. Calcul des contraintes pour section rectangulaire :

Dans le cas de section rectangulaire élastique fissurée (sans armatures comprimées) comme représente dans la figure II.29

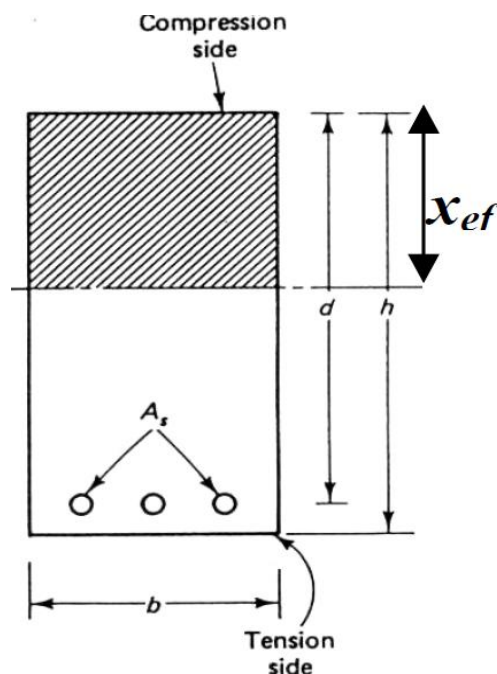


Figure II.29 : Section rectangulaire [21].

Les formules utilisant l'inertie [21] : $f_c = \frac{M \cdot x_{ef}}{I}$ et $f_s = n \frac{M \cdot (d - x_{ef})}{I}$

Où :

$$I = \frac{b \cdot x_{ef}^3}{3} + (d - x_{ef})^2 n A_s$$

$$\left(\frac{x_{ef}}{d}\right) = \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho} - n\rho \quad \text{Avec} \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad \text{Et} \quad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (\text{pourcentage d'armature}).$$

b. Limitation des contraintes dans le béton :

Des fissures longitudinales peuvent apparaître si le niveau de contrainte sous la combinaison caractéristique de charges excède une valeur critique. Une telle fissuration peut conduire à une réduction de la durabilité

$f_c \leq k_1 f_{ck}$ pour classes exposition XD, XF et XS, où La valeur recommandée est $k_1 = 0,6$ [21].

c. Limitation des contraintes dans l'acier :

On peut considérer vis-à-vis de l'aspect, une fissuration ou une déformation inacceptable est évité si, sous la combinaison caractéristique de charges, la contrainte de traction dans les armatures n'excède pas $k_3 f_{yk}$. Lorsque la contrainte est provoquée par une déformation imposée, il convient de limiter la contrainte de traction à $k_4 f_{yk}$.

Les valeurs recommandées sont $k_3 = 0,8$ et $k_4 = 1$

II.8.3. Contrôle de fissuration :

La fissuration doit être limitée de telle sorte qu'elle ne porte pas préjudice au bon fonctionnement ou à la durabilité de la structure ou encore qu'elle ne rende pas son aspect inacceptable. il est normale dans les structures en béton armé soumises à des sollicitations de flexion, d'effort tranchant, de torsion ou de traction résultant soit d'un chargement direct soit de déformations gênées ou imposées. L'ouverture de telles fissures peut atteindre des valeurs inacceptables mais leur prévention et leur maîtrise n'entrent pas dans le cadre de la présente Section. Les fissures peuvent être admises sans que l'on cherche à en limiter l'ouverture (w_{max}) sous réserve qu'elles ne soient pas préjudiciables au fonctionnement de la structure.

Le logiciel que nous allons utiliser dans notre étude est ADINA version 9.01 limite à 900 nœuds, qui basé sur la méthode des éléments fini.

II.9. ADINA version 9.01 :

II.9.1. Définition :

ADINA est un l'abréviation d'Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis. C'est un logiciel qui permet de modéliser par éléments finis des phénomènes fortement non-linéaires et multi-physiques et de simuler des interactions Fluide-Structure en couplage fort [34].

II.9.2. Les différents systèmes d'ADINA :

Il existe plusieurs systèmes d'ADINA tel qu'ADINA thermal, ADINA CFD, ADIN FSI, ADINA Structures, ADINA TMC, ADINA Multiphsics, ADINA User Interface, ADINA Modeler, ADINA EM.

Ce qui nous concerne dans cette étude est ADINA-structure qui est un programme de calcul de structure par élément fini. Le module couvre les domaines de la statique et dynamique, linéaire et fortement non linéaire, incluant les effets des non linéarités des matériaux, de grandes déformations et les conditions de contacts complexes.

II.9.3. Unités utilisées dans ADINA :

Quand on utilise le système ADINA il est important de saisir toutes les grandeurs physiques comme les longueurs, les forces, les masses, les temps, etc. En utilisant un ensemble compatible d'unités. Par exemple quand on travaille avec le système d'unités SI, on utilise les longueurs en mètres, forces en newtons, masses en kg, temps en secondes. Quand on travaille avec d'autres systèmes d'unités, toutes les unités de masse et les unités liées à la masse doivent être compatibles avec la longueur, la force et les unités de temps. Par exemple dans le système impérial, l'unité de longueur est le pouce, l'unité de force est livre et l'unité de temps est la seconde, l'unité de masse est $\text{lb s}^2 / \text{in}$, pas lb.

Les degrés de liberté en rotation sont toujours exprimés en radians. La plupart des paramètres d'entrée angulaires sont exprimées en degrés [25].

II.9.4. le béton selon ADINA :

La conception de ce matériau peut être utilisée avec des éléments solides 2- D et 3 – D pour les éléments en deux ou trois dimensions.

Il est bien admis que le béton est un matériau très complexe. Le modèle présenté à l'ADINA ne peut pas contenir toutes les caractéristiques matérielles détaillées. Cependant, compte tenu de la variabilité des matériaux béton qui doivent être décrits dans la pratique, et en reconnaissant que le modèle peut également être utile dans la modélisation de matériaux rocheux, l'objectif est de fournir un système efficace modèle avec une souplesse suffisante pour modéliser la plupart des comportements de matériaux couramment utilisés [25].

Trois caractéristiques de base sont utilisées dans le modèle béton:

- Une relation contrainte-déformation non linéaire pour permettre l'affaiblissement de la matière en vertu de l'augmentation des contraintes de compression.
- Enveloppes de rupture qui définissent rupture par fissuration en traction et écrasement en compression. Une stratégie visant à modéliser le comportement post-fissuration et à l'écrasement de la matière.

ADINA permet de donner des courbes afin d'assurer la sécurité de la définition du différent matériel comme le béton :

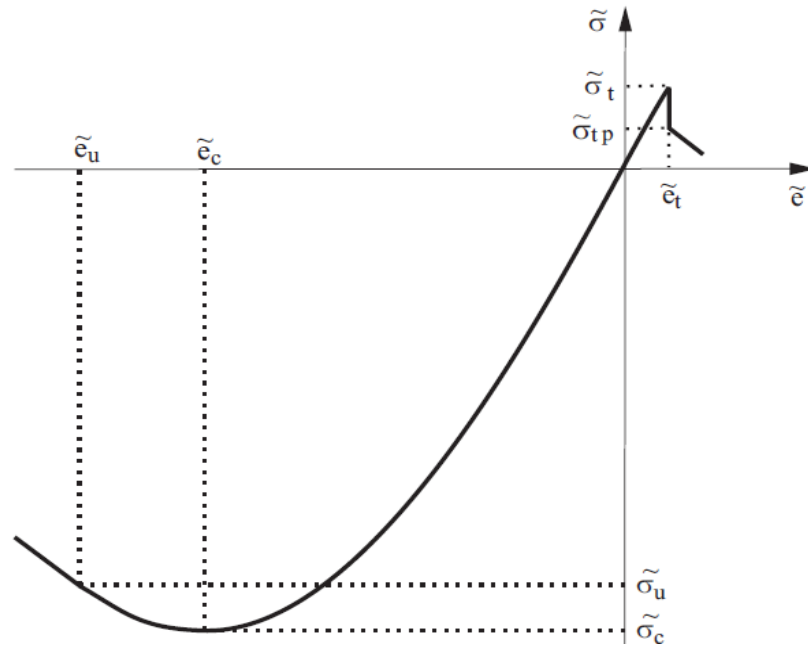


Figure II. 30 : relation contrainte- déformation utilisée dans le modèle de béton [25].

La considération générales de la modélisation avec 3-D solide dans ADINA est un' élément iso paramétrique applicable générale à l'analyse 3-D varia entre 4 et 20 nœuds ou 21 à 27 nœuds. Les éléments 3-D peuvent être utilisés avec les modèles des matériaux suivants : élastique isotropie, élastique-orthotrope, Nonlinear-élastique, plastic-bilinéaire, plastic multilinéaire,...etc [25].

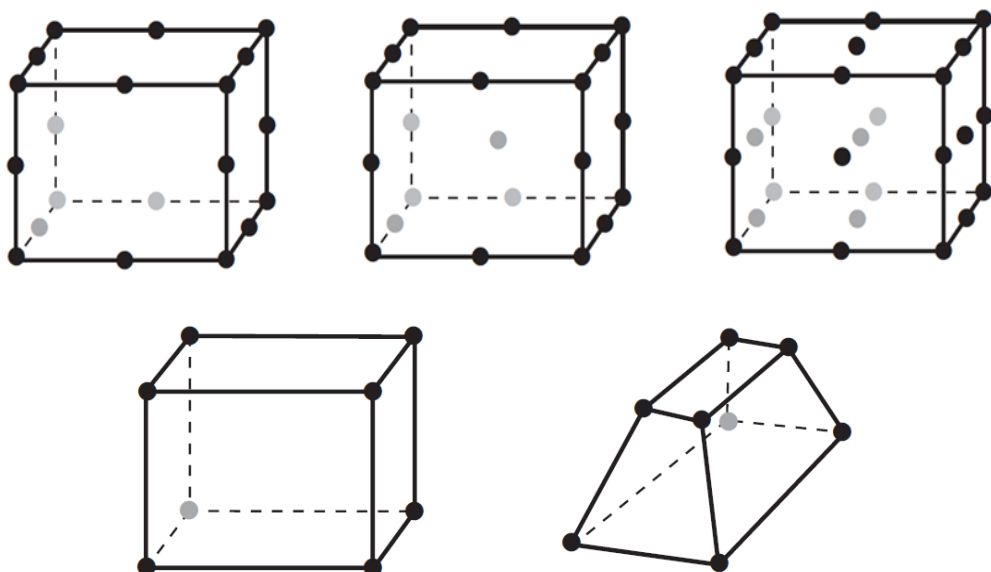


Figure II.31 : Éléments 3-D avec 20, 21, 27 et 8 nœuds [25].

A decorative border in a light blue color, shaped like a scroll. It starts with a small loop at the top right, goes down the right side, then left along the bottom, then up the left side, and finally loops back to the top left.

Chapitre III : Modélisation et application

Chapitre III : Modélisation et application

III.1. Introduction :

Nous avons déjà présenté dans le chapitre précédent, les formules du module d'élasticité données par les différents codes de calcul et nous avons remarqué la différence entre ces formules par rapport à chaque code.

Dans ce chapitre nous avons modélisé deux types des éléments (poutre et dalle) à l'aide du logiciel ADINA, afin d'étudier l'influence du module d'élasticité sur le comportement et les contraintes dans le béton et les barres d'armature pour ces deux éléments.

Nous avons fait la modélisation en 3-D solide avec 8 nœud à l'aide logiciel ADINA qui nous avons parlé déjà dans chapitre II.

Chaque fois nous avons varié dans la valeur du module d'élasticité du béton pour avoir le changement dans chaque cas.

III.2. Propriété de l'élément :

III.2.1.Poutre :

Nous avons modélisé une poutre simplement appuyée ayant les dimensions 250 mm de largeur et 350 mm de hauteur et une portée de 4.5m. Tel que montré à la figure III.1

Avec une charge concentre applique aux milieux de la poutre. Le béton de résistance caractéristique en compression 30 MPa.

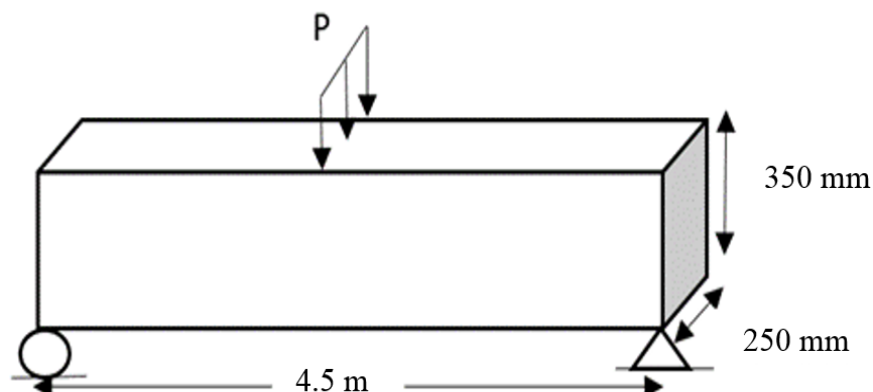


Figure III.1 : Dimensions de la poutre.

Nous avons choisi la portée 4.5m car la portée de plus part des poutres dans les maisons et les constructions publiques ont une portée qui varie entre 3 et 5m. Le ferrailage de la section est 2 \varnothing 20.

Définir l'acier comme un matériau élastique non linéaire de masse volumique 77 KN/m^3 et coefficient de poisson $\nu = 0.3$ avec une limite d'élasticité donnée par l'EROCOD 2 $f_y = 435 \text{ MPa}$.

Le béton de masse volumique 25 KN/m^3 et de coefficient de poisson $\nu = 0.2$ pour béton non fissuré. Chaque fois nous avons changé la valeur du module d'élasticité du béton par (E, +5E%, +10E%, +15E%, +20E%, -5E%, -10E%, -15E%, -20E%)

III.2.2. dalle :

Avec les mêmes propriétés de béton et l'acier nous avons modélisé une dalle bidimensionnelle ($L/b = 1 < 2$) ayant les dimensions $2000 \text{ mm} \times 2000 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ d'épaisseur avec une charge localisée au milieu de la dalle. Le béton de résistance caractéristique en compression 30 MPa .

Le ferrailage de la section $4\phi 12$ par mètre par direction par nappe.

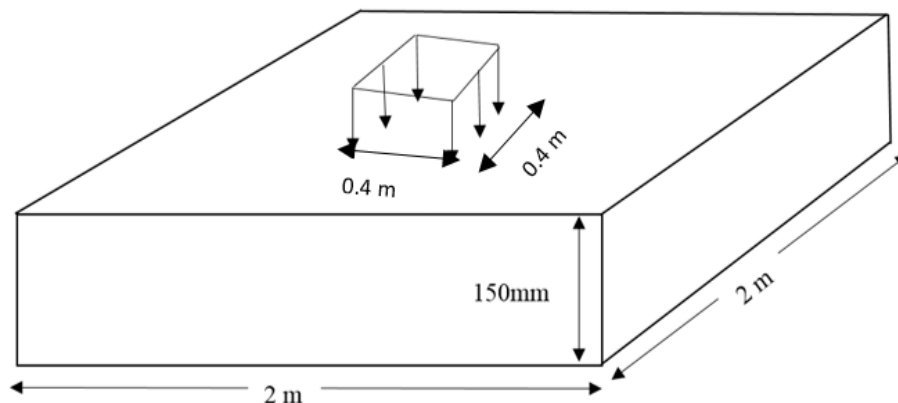


Figure III.2 : Dimensions de la dalle.

III.3. Calcul du module d'élasticité par les différents codes :

ACI :

Pour une résistance caractéristique en compression f_c' exprimé en MPa et poids du béton W_c égale à 2500 Kg/m^3 on :

$$E_c = W_c^{1.5} \cdot 0.043 \sqrt{f_c'} = 2500^{1.5} \times 0.043 \sqrt{30} = 29440,09 \text{ MPa} \approx 29 \text{ GPa}$$

CSA :

Le module d'élasticité pour béton de densité $\gamma_c = 2500 \text{ Kg/m}^3$:

$$E_c = (3300\sqrt{f_c} + 6900) \left(\frac{\gamma_c}{2300} \right)^{1.5} = (3300\sqrt{30} + 6900) \left(\left(\frac{2500}{2300} \right)^{1.5} \right) = 28302,26 \text{ MPa} \approx 28 \text{ GPa}$$

BS :

D'après le tableau II.2 la valeur de module statique de béton, E_c , pour une résistance à la compression 30 MPa est : $28000 \text{ N/mm}^2 = 28 \text{ GPa}$

AIJ :

$$E = 2.1 \times 10^5 (\gamma/2.3)^{1.5} (f_c/200)^{1/2}$$

$$E = 2.1 \times 10^5 (2.5/2.3)^{1.5} (f_c/200)^{1/2} \approx 29033.36 \text{ MPa} \approx 29 \text{ GPa}$$

BAEL91 et CBA93 :

Pour béton de résistance caractéristique à la compression égale à 30 MPa :

$$E_{ij} = 11000 (30)^{1/3} = 34179,56 \text{ MPa} \approx 34 \text{ GPa}$$

Eurocode 2 :

$$\text{On : } f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} = 30 + 8 = 38 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{38}{10} \right)^{0.3} = 32836,57 \text{ MPa} \approx 33 \text{ GPa}$$

III.4. l'effet du module d'élasticité sur la flèche de la poutre :

La flèche d'une poutre simplement appui avec une charge concentré au milieu de la poutre

$$\text{égale à } f = \frac{P \times L^3}{48 EI}$$

Nous prenons dans le calcul le module d'élasticité donnée par Eurocode 2

III.4.1. Calcul l'inertie de la poutre :

L'inertie d'une poutre rectangulaire de largeur 250 mm et hauteur 350 mm égale à :

$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{250 \times 350^3}{12} = 893229166,7 \text{ mm}^4$$

III.4.2. Calcul de la charge :**a. Dispositions constructives des armatures de flexion :**

Section minimale d'armatures tendues : $A_{s, \min} = \max \left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t \cdot d; 0.0013 \cdot b_t \cdot d \right)$

$$f_{ctm} = 0.3 \times (30)^{2/3} = 2.89 \text{ MPa} \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \text{ donc :}$$

$$A_{s, \min} = \max \left(0.26 \frac{2.89}{500} \cdot 250 \cdot 304; 0.0013 \cdot 250 \cdot 304 \right) = \max (114; 99) = 114 \text{ mm}^2$$

-Section maximale d'armatures tendues ou comprimées :

$$A_{s, \max} = 0.04 A_c = 0.04 (250 \times 350) = 3500 \text{ mm}^2$$

b. calcul du moment réduit :

Pour une section d'acier $A = 2 \text{ } \varnothing 20 = 628 \text{ mm}^2$ avec un enrobage 30 mm et diamètre d'étrier 6 mm

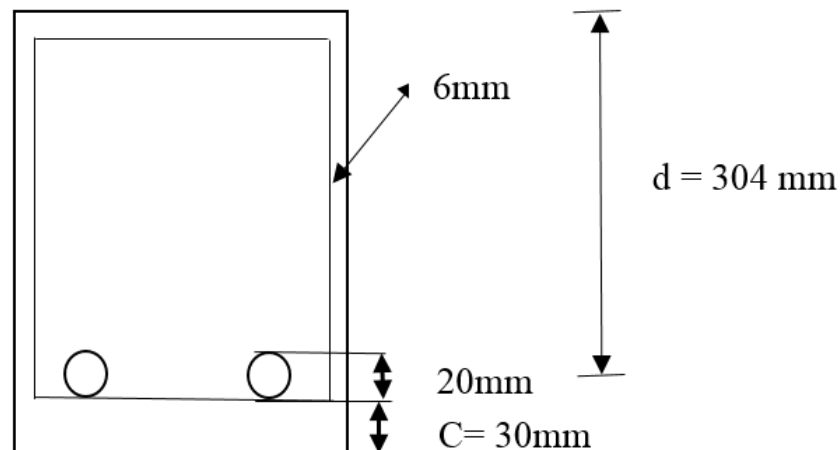


Figure III.3 : Représentation de la section d'acier.

$$M_{rd} = F_s (d - 0.4 X_u) \text{ avec } d = 350 - 30 - 6 - \frac{20}{2} = 304 \text{ mm}$$

$$F_s = f_s \times A_s = f_{yd} \times A_s = 435 \times 10^{-3} \cdot 770 \approx 335 \text{ KN}$$

$$X_u = A_s \cdot f_{yd} / 0.8 b f_{cd} \text{ avec : } f_{cd} = 0.85 f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa si } (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa})$$

$$X_u = \frac{628 \times 435}{3400} \approx 80 \text{ mm} \text{ donc :}$$

$$M_{rd} = 335 (0.304 - 0.4 \left(\frac{80}{1000} \right)) = 91 \text{ KN.m} \text{ alors : } M_{rd} = \frac{P \cdot L}{4} \Leftrightarrow P = \frac{4 M_{rd}}{L} \approx 81 \text{ KN}$$

Calcule de la flèche : Pour $P = 81 \text{ KN}$

Variation de « E »	-5E _c %	-10E _c %	-15E _c %	-20E _c %	E	+5E _c %	+10E _c %	+15E _c %	+20E _c %
La valeur de « E » MPa	31194	29552	27910	26268	32836	34478	36119	37761	39403
La valeur de flèche « mm »	5.52	5.82	6.17	6.55	5.24	4.99	4.77	4.56	4.37

Tableaux III.1 : La flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge P=81 KN

Pour $P = 0.75P = 60.75 \text{ KN}$

Variation de « E »	-5E _c %	-10E _c %	-15E _c %	-20E _c %	E	+5E _c %	+10E _c %	+15E _c %	+20E _c %
La valeur de « E » MPa	31194	29552	27910	26268	32836	34478	36119	37761	39403
La valeur de flèche « mm »	4.14	4.32	4.63	4.91	3.93	3.74	3.57	3.42	3.27

Tableaux III.2 : La flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge P=60.75 KN

Pour $0.5P = 40.5 \text{ KN}$

Variation de « E »	-5E _c %	-10E _c %	-15E _c %	-20E _c %	E	+5E _c %	+10E _c %	+15E _c %	+20E _c %
La valeur de « E » MPa	31194	29552	27910	26268	32836	34478	36119	37761	39403
La valeur de flèche « mm »	2.75	2.91	3.08	3.28	2.62	2.50	2.38	2.28	2.18

Tableaux III.3 : La flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge P=40.5KN

Pour $P = 0.25P = 20.25$

Variation de « E »	-5E _c %	-10E _c %	-15E _c %	-20E _c %	E	+5E _c %	+10E _c %	+15E _c %	+20E _c %
La valeur de « E » MPa	31194	29552	27910	26268	32836	34478	36119	37761	39403
La valeur de flèche « mm »	1.37	1.44	1.54	1.63	1.31	1.24	1.19	1.14	1.09

Tableaux III.4 : La flèche en fonction de la variation de E_c sous l'effet de la charge P=20.25 KN

III.5. Calcul de la flèche selon les modules d'élasticité données par différent code :

Nous avons utilisé les modules d'élasticité donnée par les différent code pour calcul la flèche à la charge $P = 40.5$ KN

Les code de calcul	<i>ACI</i>	<i>CSA</i>	<i>BS</i>	<i>AIJ</i>	<i>BAEL et CBA</i>	<i>Eurocode 2</i>
La flèche « mm »	2.93	3.05	3.07	2.97	2.53	2.62

Tableaux III.5 : La flèche selon les modules d'élasticité dans les différent code.

III.6. Résultant obtenu à l'aide du logiciel ADINA :

Dans ce qui suit-on présente la valeur des contraintes dans le béton et les barre d'armature dans la partie qui se trouve directement sous la charge.

Pour cette raison nous avons modélisé une demi-poutre et un quart de dalle pour augmenter le nombre des nœuds (le maillage) car la version qui nous avons utilisée est limitée à 900 nœuds.

III.6.1. La poutre

a. Modélisation :

Une moitié de poutre a été modélisée (2.25 m). À l'extrémité, le model est simplement appuie alors qu'à mi- portée (la deuxième extrémité du model) est fixe sauf pour le déplacement verticale sur l'axe Z-Z.

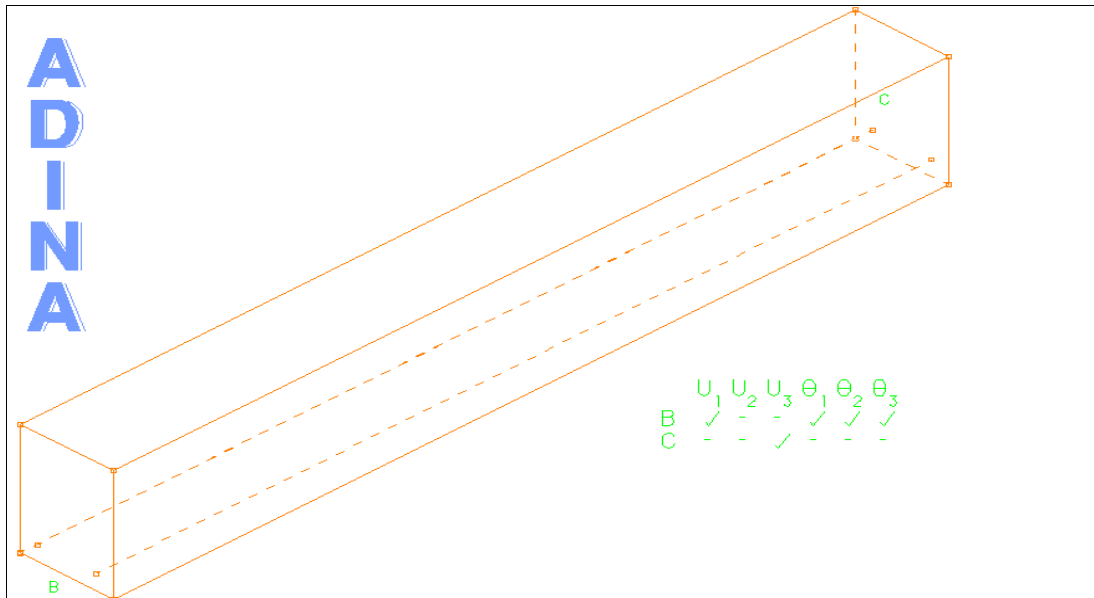


Figure III.4 : Modélisation de la demi-poutre à l'aide ADINA.

Le maillage a été fait de sort à ne pas dépasser le nombre de nœuds de 900 nœuds. Le maillage choisi a donnée 798 nœuds.

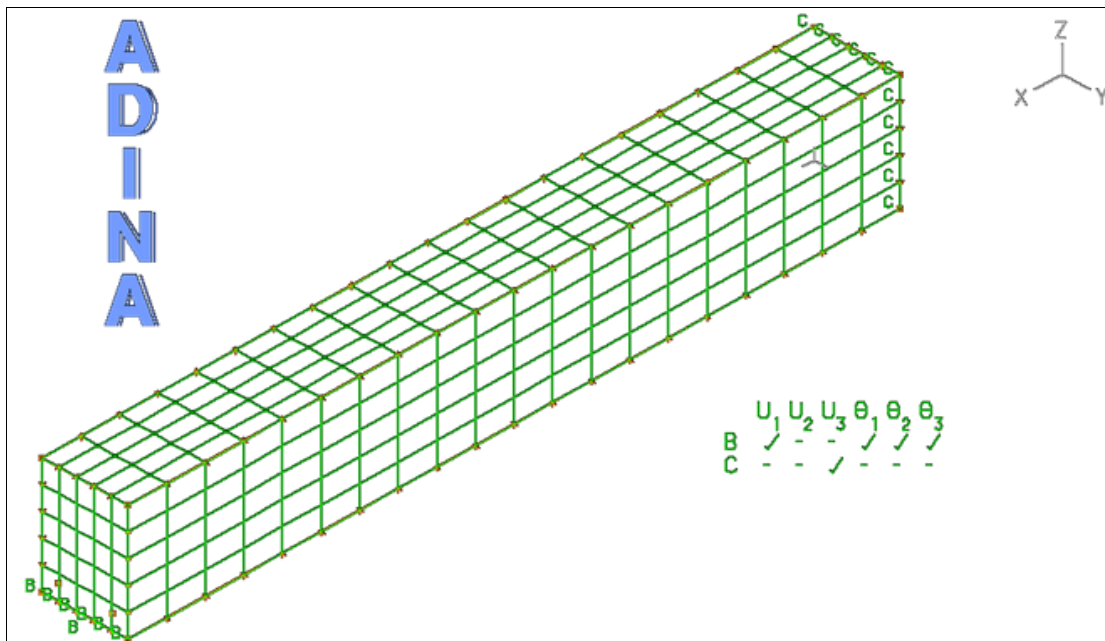


Figure III. 5 : Le maillage de demi-poutre.

La charge est définie selon l'axe Z-Z sur les nœuds du linge de la surface verticale car nous avons étudié demi-poutre.

La charge appliquée représente la moitié de la charge totale.

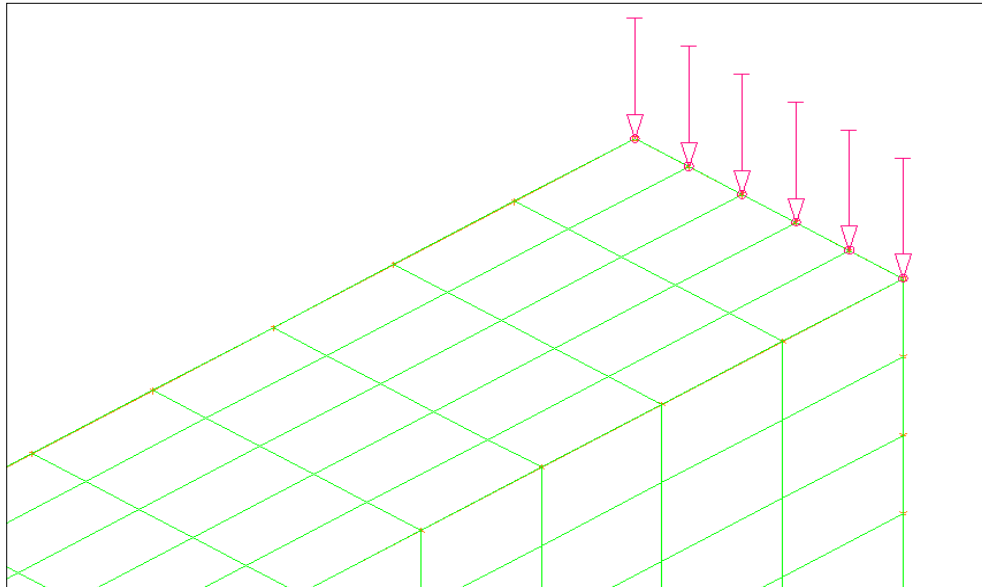


Figure III.6 : Le site d'application de la charge.

Les déformations et les contraintes dans le béton sont donnés dans un nœud qui se trouve à 22.5 cm de l'application de la charge tel que montré à la figure III.7

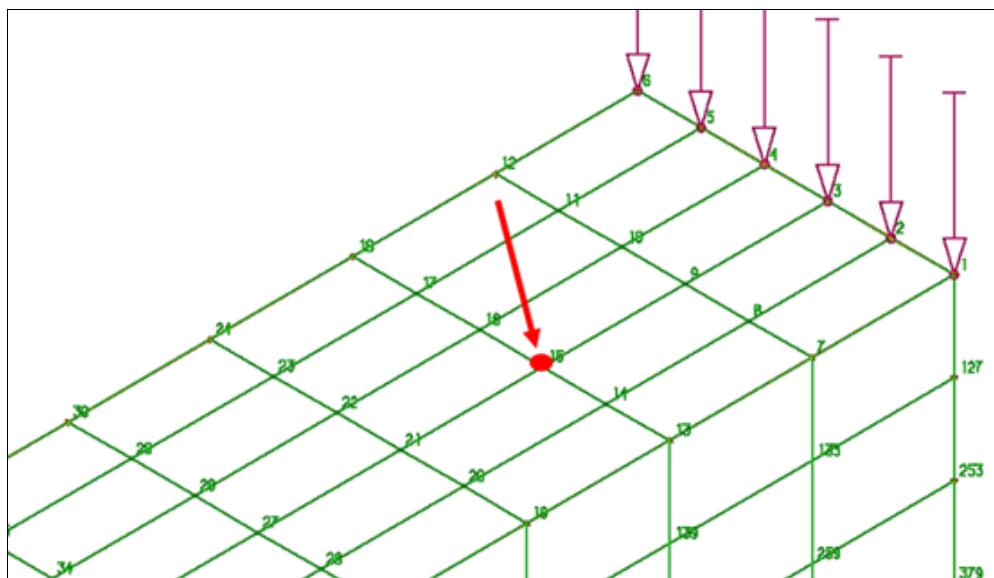


Figure III.7 : Le nœud étudié dans le béton.

Les déformations et les contraintes des barres d'armature sont données dans le nœud qui se trouve à mi- portée de la poutre ; c'est -à-dire celle qui se trouve directement sous la charge concentrée.

Les valeurs sont prises au nœud 757

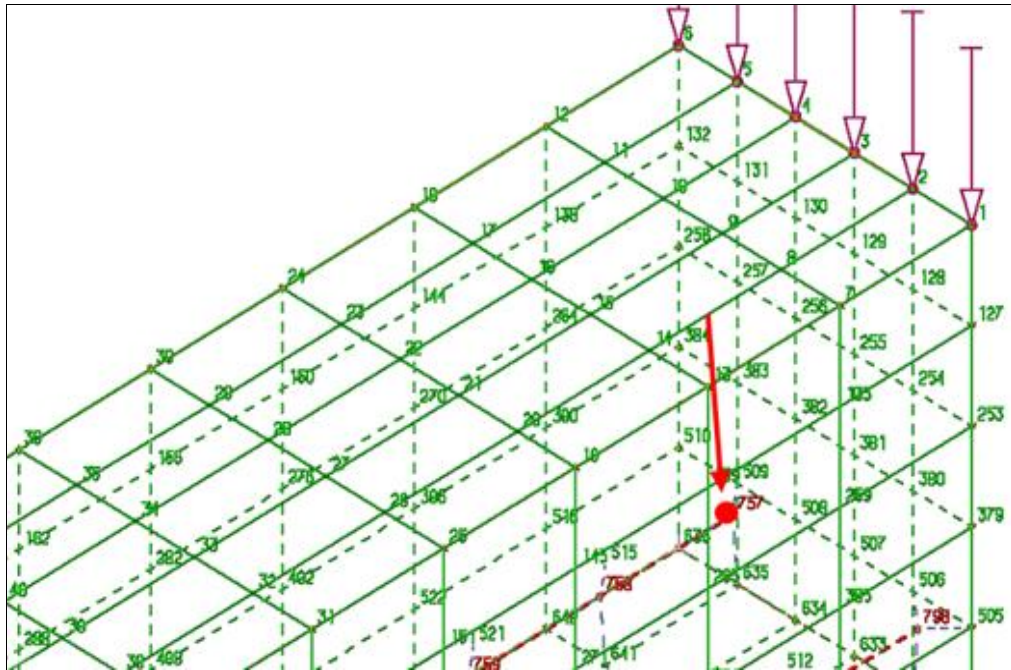


Figure III.8 : Le nœud étudié dans l'acier

b. Application :

Plusieurs models ont été élaborés avec des valeurs du module d'élasticité différent, -5E%, -10E%, -15E%, -20E%, E, +5E%, +10E%, +15E%, +20E%. Les courbes des contraintes et des déformations correspondant à chaque variation du module d'élasticité en fonction du chargement, après la multiplication de la charge en deux et en six (fois deux pour obtenir la charge appliquée sur la poutre total et fois six car la charge est appliquée sur six nœuds). Comme représenté dans la figure III.6

c. Les résultants :*** Pour le béton :**

Le déplacement en fonction du chargement de la poutre pour tous les cas de la variation du module d'élasticité est représenté dans la figure III.9

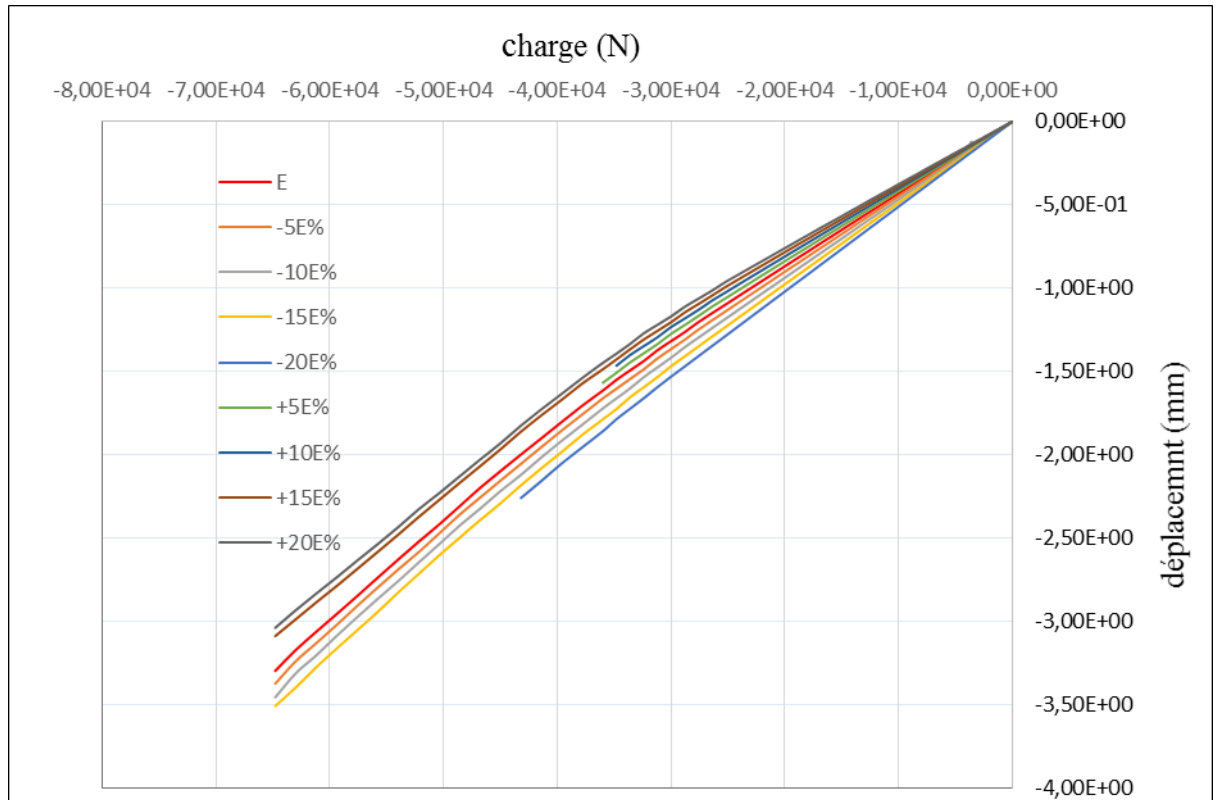


Figure III.9 : Déplacement de la poutre.

Les courbes de déformation dans le béton qui correspondent à chaque variation du module en fonction du chargement donné par ADINA est comme suite :

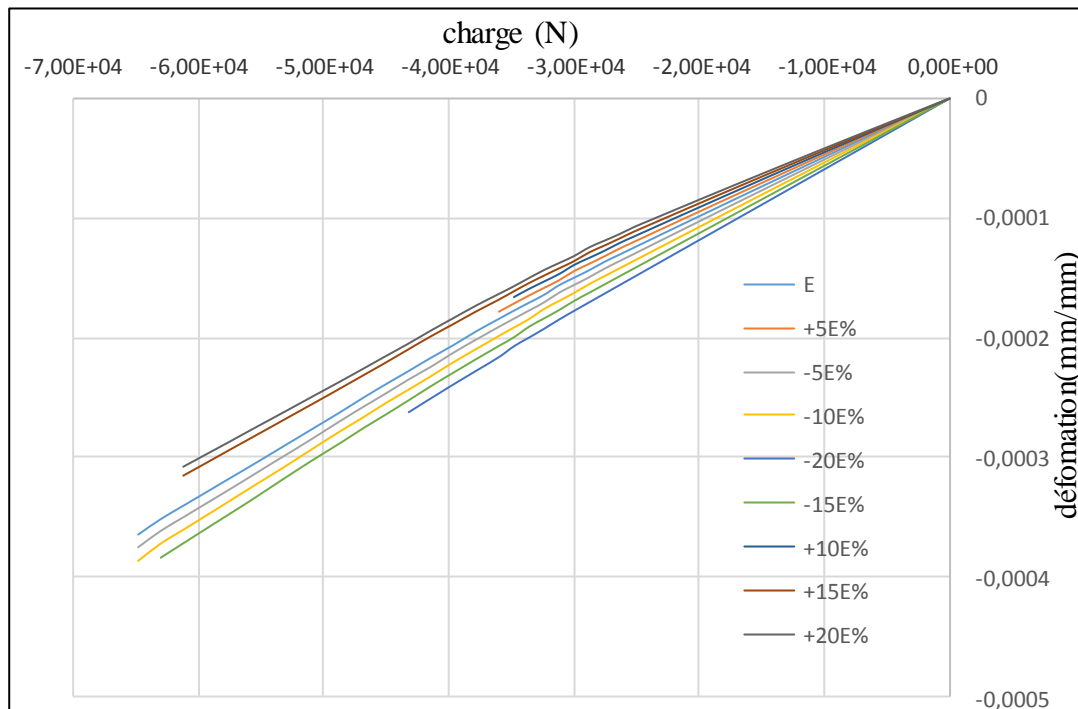


Figure III.10 : Les déformations dans le béton.

Les courbes de contrainte dans le béton en fonction de chargement donné par ADINA :

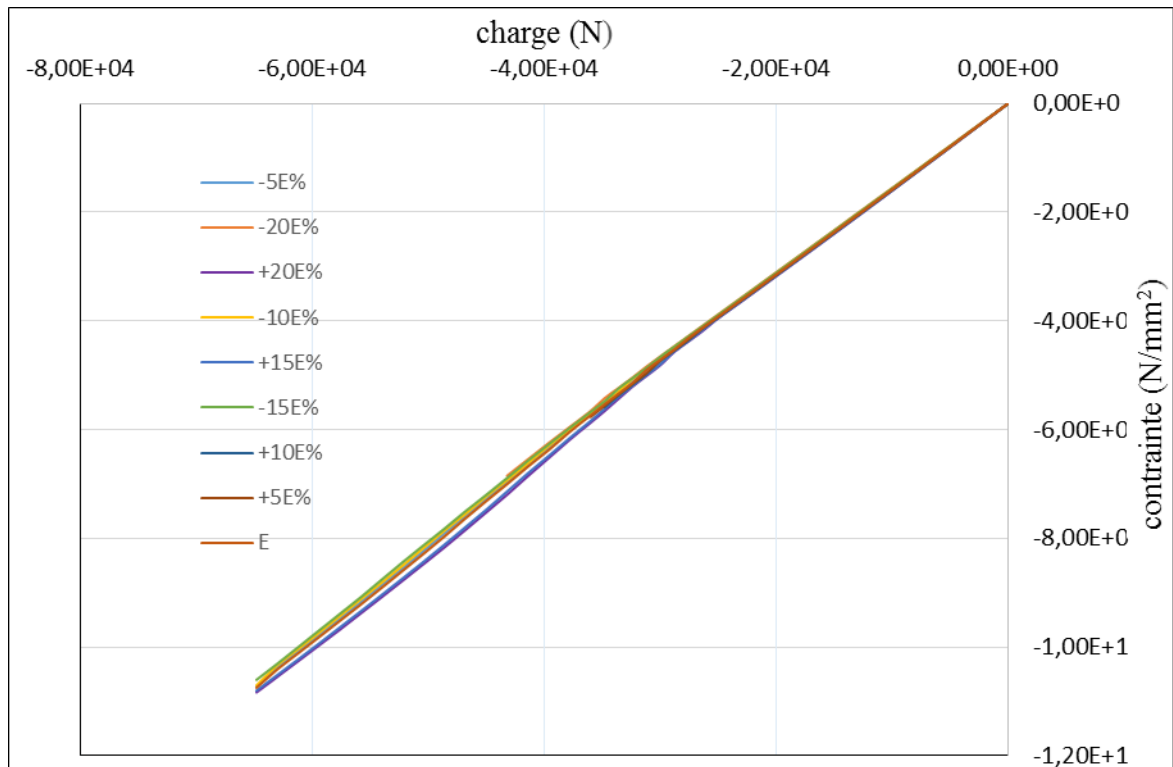


Figure III.11 : Les contraintes dans le béton.

*** Pour l'acier :**

Les courbes de déformation dans l'acier qui correspondent à chaque variation du module d'élasticité en fonction du chargement donné par ADINA est comme suite :

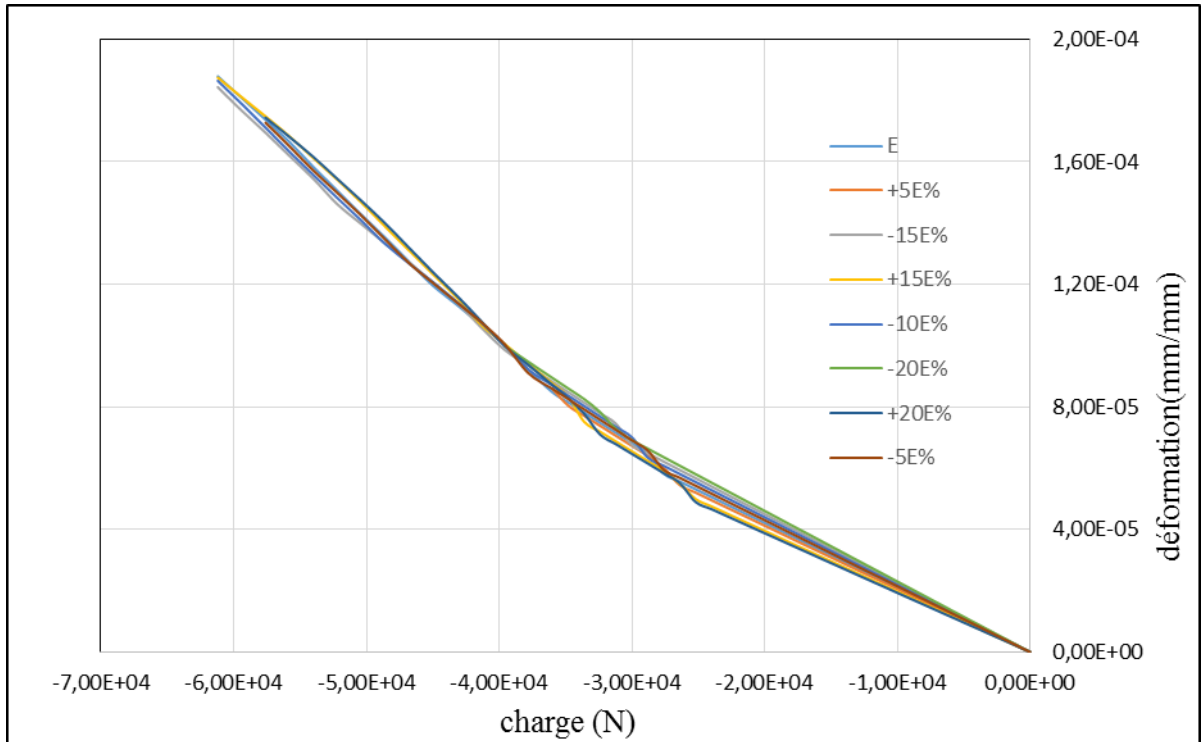


Figure III. 12 : Les déformations dans la les barres d'armature.

Les courbes de contrainte dans l'acier qui correspondent à chaque variation du module d'élasticité en fonction du chargement donné par ADINA est comme suite :

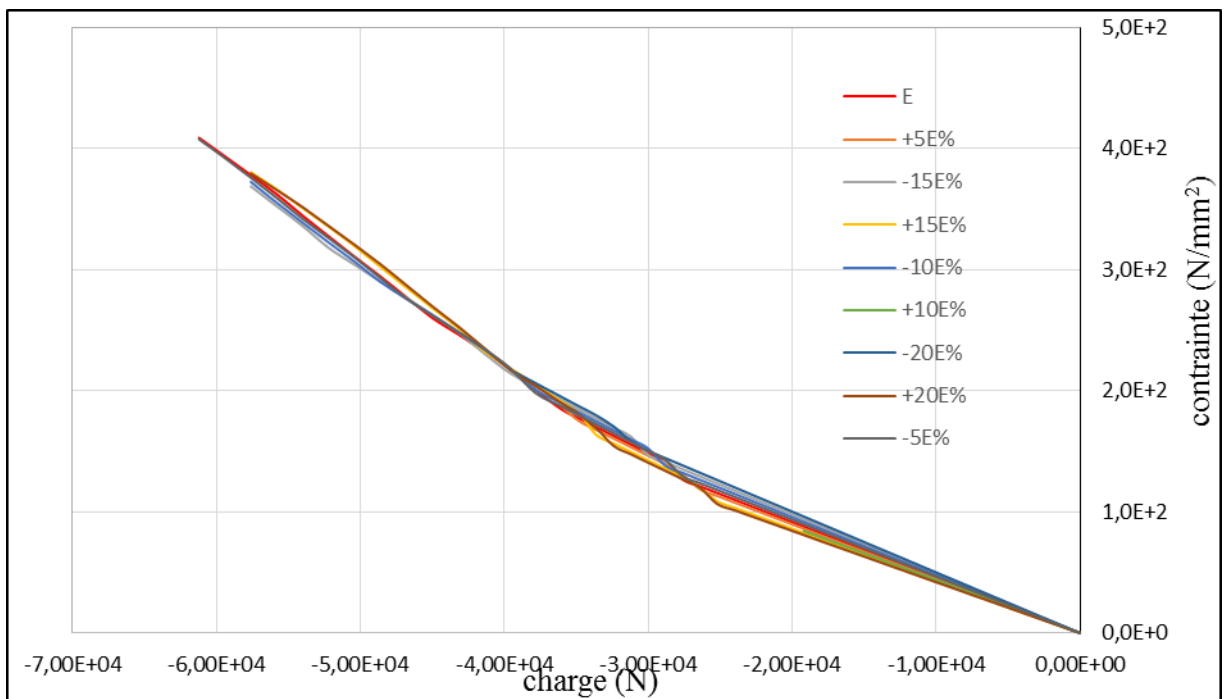


Figure III.13 : Les contraintes dans les barres d'armature.

III.5.2. La dalle :**a .Modélisation :**

Un quart de la dalle est modélisé (1m \times 1m) afin de maximiser le nombre de nœuds permis par le logiciel ADINA.

À les deux extrémités, le model est encasté alors qu'à les deuxièmes extrémités qui resté (les deux côtes de continuité du model car nous avons étudié un quart de la dalle) est dans l'un d'eux, fixe sauf pour le déplacement vertical sur l'axe Z-Z et l'axe horizontale X-X. Et dans l'autre, fixe sauf pour le déplacement vertical sur l'axe Z-Z et l'axe Y-Y.

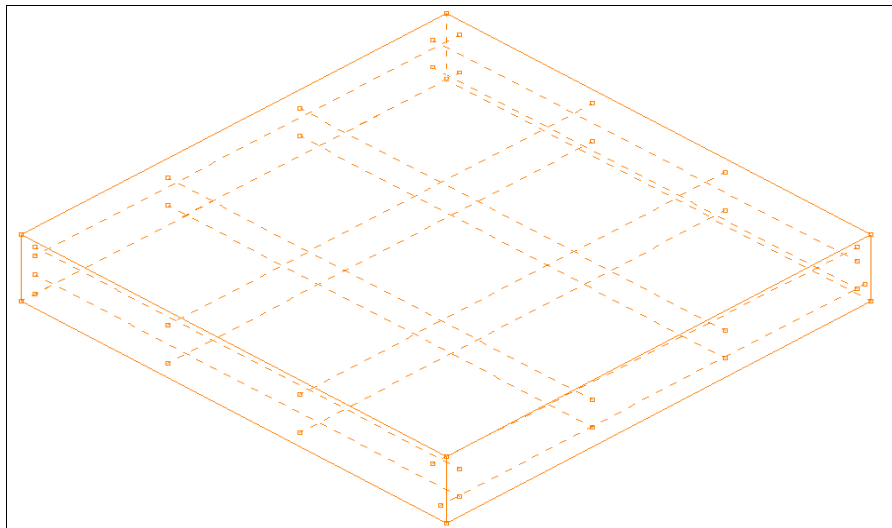


Figure III.14 : Modélisation de un quart de dalle.

Le maillage a été fait de sorte à ne pas dépasser le nombre de nœuds de 900 nœuds.

Le maillage choisi a donné 781 nœuds. Comme indiqué dans la figure III.15

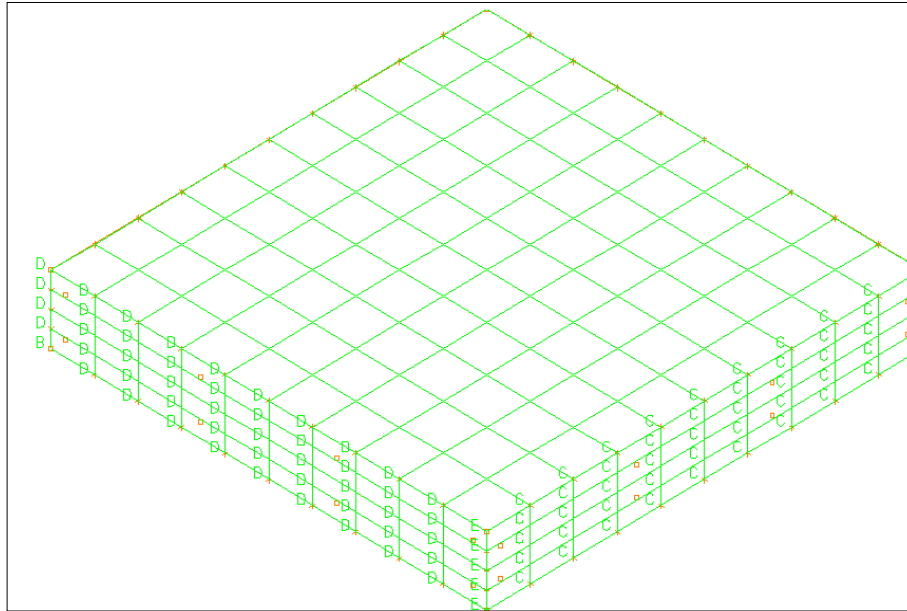


Figure III.15 : Le maillage de la dalle.

La charge est définie selon l'axe Z-Z sur certains nœuds des lings des deux surfaces des continuités.

Cette charge est égale à un quart de la charge localisée total. Comme indiqué dans la figure ci-dessous.

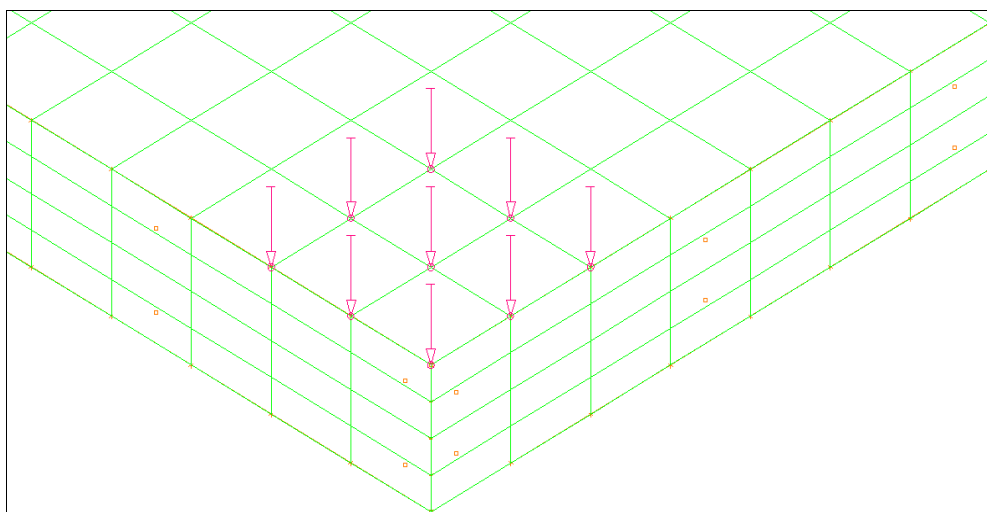


Figure III.16 : Le site d'application de la charge dans le model.

b. Application :

Plusieurs models ont été préparés avec des valeurs du module d'élasticité différent, -5E%, -10E%, -15E%, -20E%, E, +5E%, +10E%, +15E%, +20E% . Les courbes des contraint et des déformations correspondant à chaque variation du module d'élasticité en fonction du chargement, après la multiplication de charge en 4 et en 9 (fois 4 pour obtenu la charge appliqué dans le centre de la dalle total et fois 9 car la charge est appliquée sur 9 nœuds). Comme représenté dans la figure III.16.

c. Les résultants :*** Pour le béton :**

Le nœud choisi pour faire l'étude dans le béton est indiqué dans la figure III.17

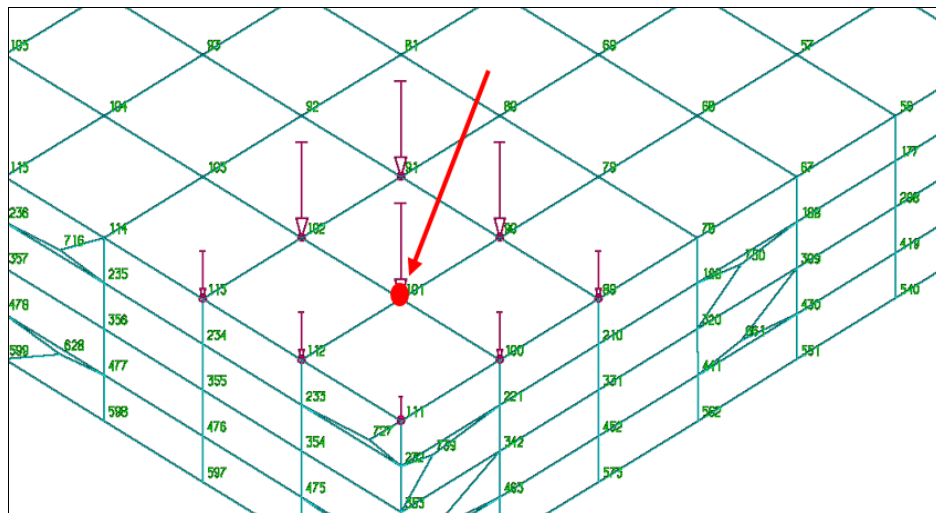


Figure III.17 : Le nœud étudié dans la dalle.

Les courbes de déformation dans le béton qui correspondent à chaque variation du module d'élasticité en fonction du chargement donné par ADINA est comme suite :

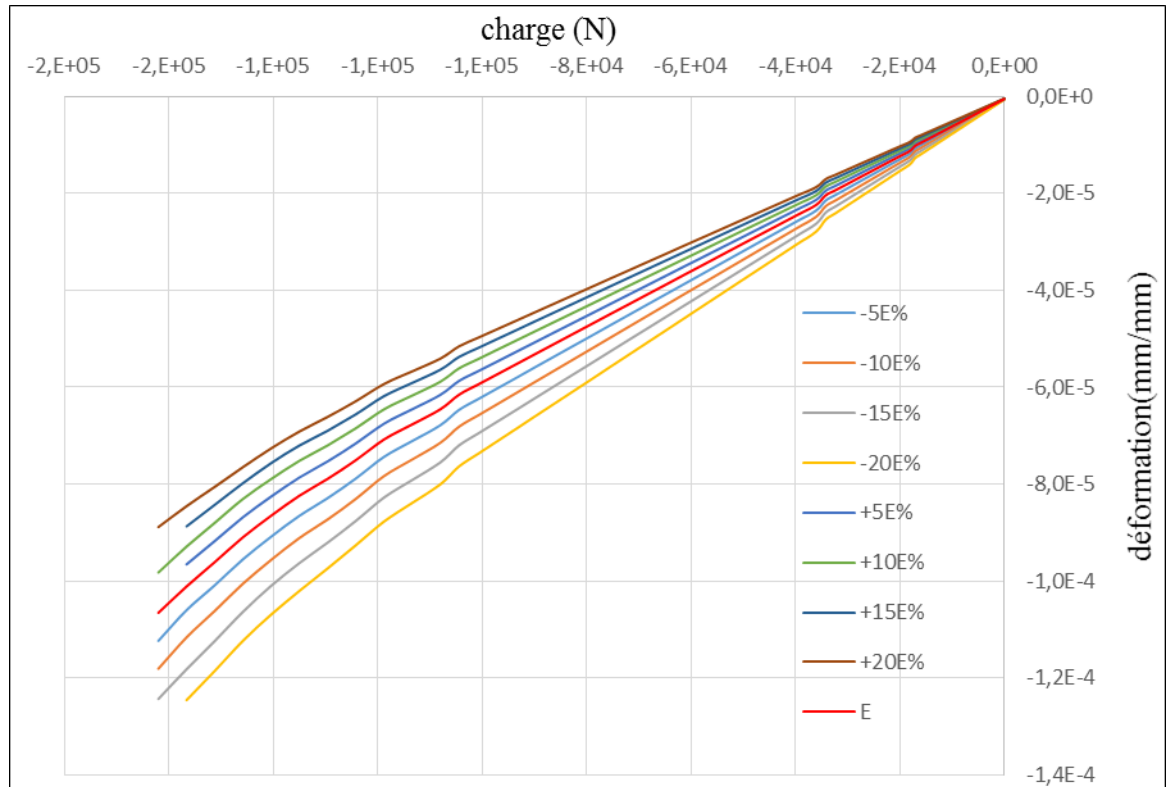


Figure III.18 : Les déformations dans le béton.

Les contraintes dans le béton qui correspondent à chaque variation du module d'élasticité :

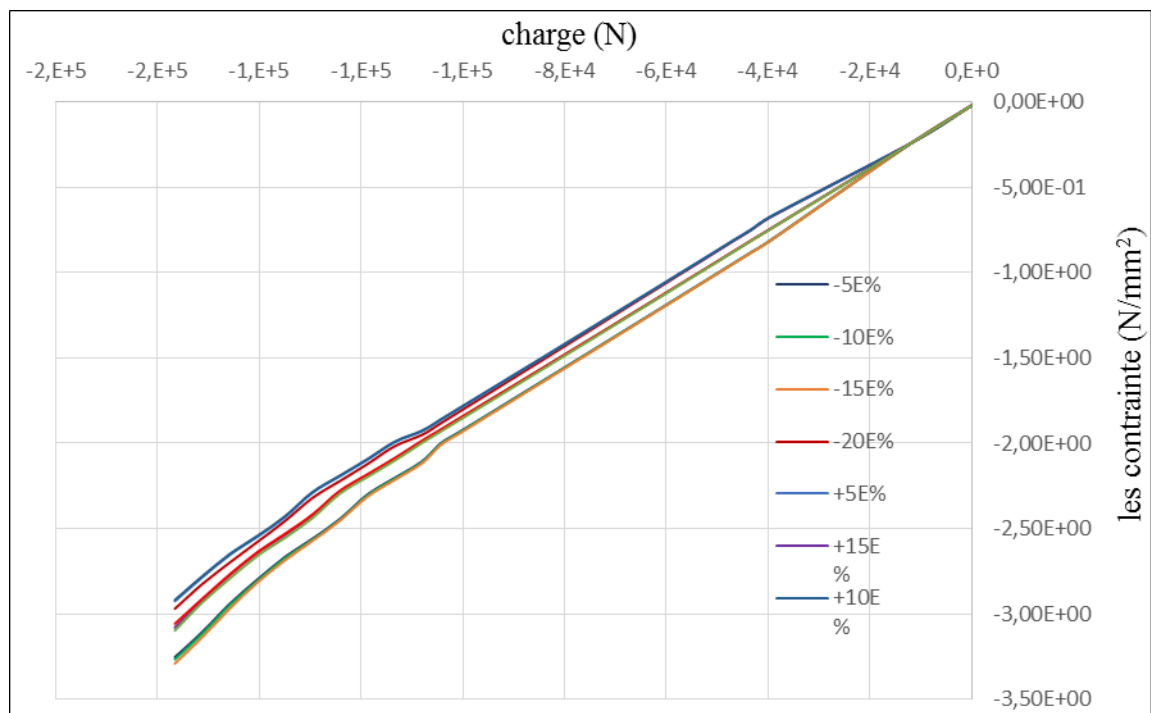


Figure III.19 : Les contraintes dans le béton.

** Pour l'acier :*

Le nœud choisi pour faire l'étude dans l'acier est montré dans la figure III.20 :

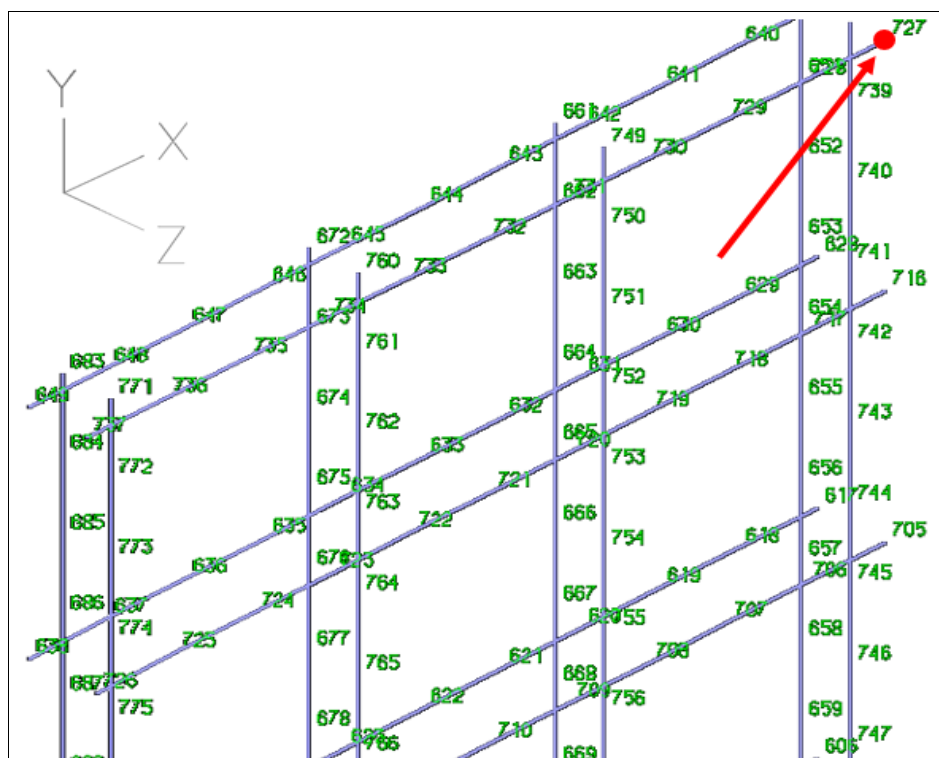


Figure III.20 : Le nœud étudié dans l'acier.

Les déformations dans les barres d'acier sont distribuées comme suit :

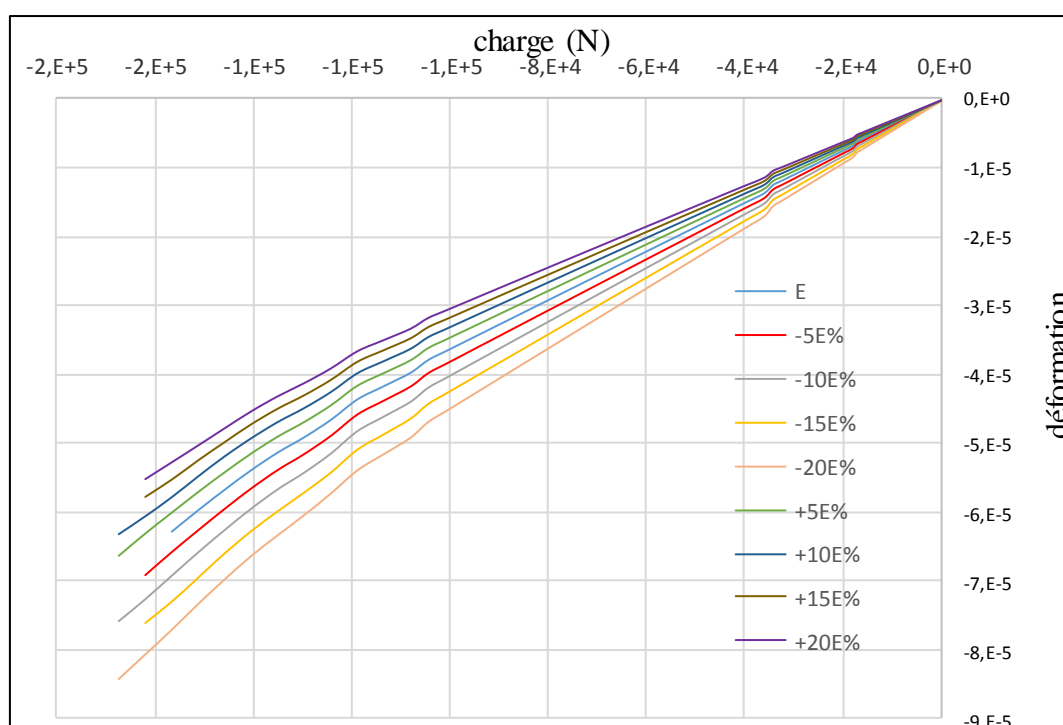


Figure III.21 : Les déformations dans l'acier.

La distribution des contraintes dans les barres d'armature donnée par ADINA est comme suit :

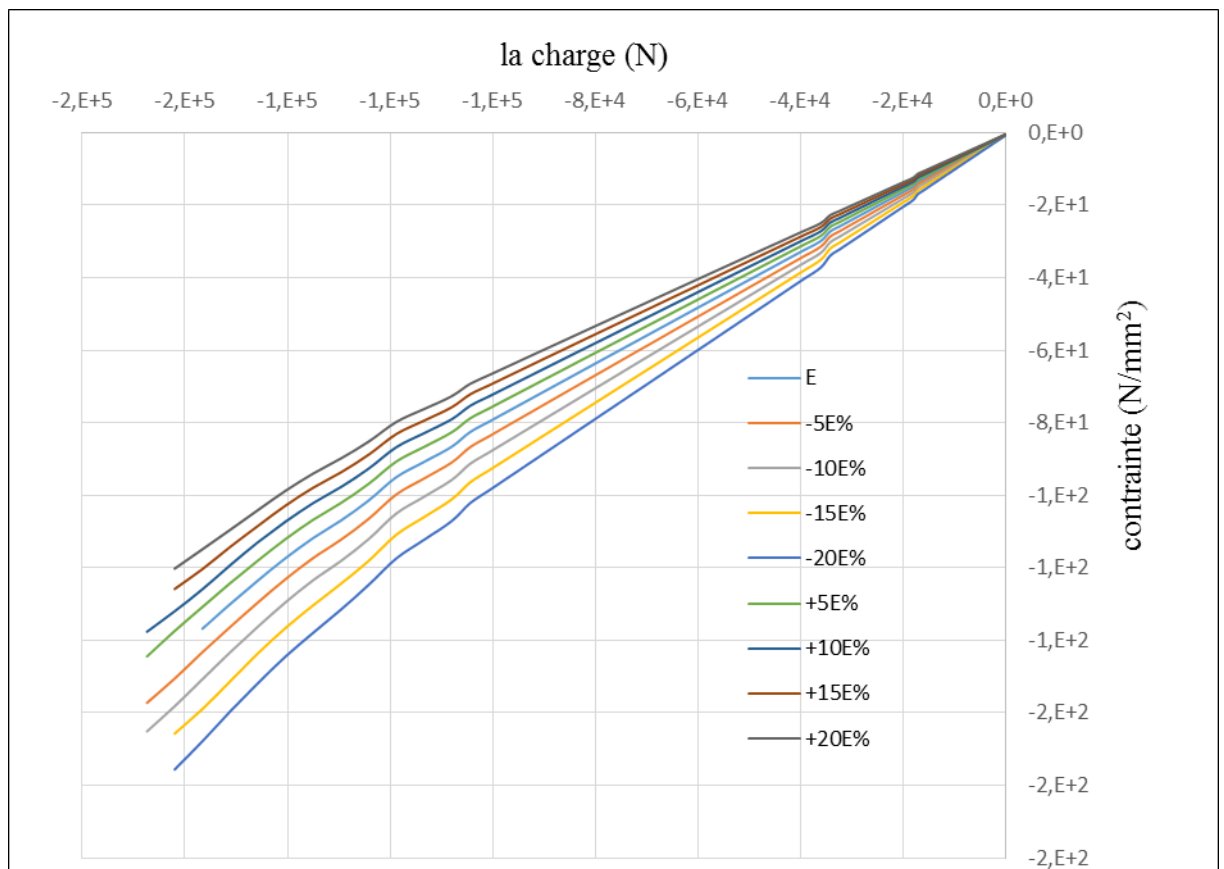


Figure III.22 : Les contraintes dans l'acier.

A decorative border in a light blue color, resembling a scroll. It starts with a small scroll at the top right, goes down the right side, then left along the bottom, then up the left side, and finally right along the top, ending with a small scroll at the top left.

Chapitre IV : discussion des résultants

Chapitre IV : discussion des résultants

IV.1. Introduction :

Nous avons présenté dans les chapitres précédents les valeurs du module d'élasticité du béton obtenues par les formules empiriques de différents codes et nous avons choisi la valeur donnée par l'Eurocode 2 pour faire l'étude.

Dans le chapitre III nous avons modélisée deux type des éléments poutre et dalle en béton armé et précisé pour chaque élément un pourcentage d'armature. Tel que la poutre ferraillée par $2\Phi 20$ et le ferrailage de la dalle $4\Phi 12$ par mètre par direction par nappe.

Des points critiques ont été choisis pour les deux éléments dans le béton et dans les barres d'armature comme montre dans le chapitre III afin de déterminer les contraintes et les déformations dans le béton et l'acier.

IV.2. Comparaison entre la valeur du module d'élasticité dans le différent code :

Les valeurs du module d'élasticité, pour un béton de 30 MPa, obtenues par le code de calcul ACI, CSA, BS, AIJ convergent et variées dans l'intervalle 28 et 29.5 MPa.

Par contre les valeurs du module d'élasticité du béton donnée par les codes de calcul BAEL, CBA, Eurocode 2 convergent et variées entre 32 et 34 MPa.

Nous avons déjà utilisé la formule approximative pour calcule la flèche dans les différents code à une charge concentre $P = 40.5 \text{ KN}$ applique à mi- portée de la poutre comme montre dans le tableau III.5 (chapitre précédent). La flèche donner par ADINA à la même charge est environ égal à 2 mm.

La flèche donnée par ADINA plus proche de la flèche calculé à l'aide l'utilisation du module d'élasticité de BAEL.

IV.3. L'effet de la variation du module d'élasticité sur la flèche :

dans le chapitre III nous avons calculé manuellement la flèche de la poutre qui est donné par une formule empirique en fonction de l'inertie de la poutre et le module d'élasticité pour les charges P , $0.75P$, $0.5P$, $0.25P$ et dans chaque valeur de charge, la valeur du module d'élasticité du béton est pris égal à : $-5E_c$, $-10E_c$, $-15E_c$, $-20E_c$, E_c , $+5E_c$, $+10E_c$, $+15E_c$, $+20E_c$.

Nous avons trouvé par le calcul théorique, chaque variation du module d'élasticité par $\pm 5\%$ engendre une variation dans la flèche de $\pm 5\%$.

C'est-à-dire une augmentation du E_c engendre une diminution de la flèche du même valeur. De la même manière, une diminution du E_c engendre une augmentation de la flèche.

IV.4. Les résultants d'ADINA :

IV.4.1. les résultants de la poutre :

La flèche augmente en fonction du chargement quel que soit la variation de module d'élasticité du béton.

Chaque variation du module d'élasticité par 5% engendre une variation dans la flèche environ 4% (comme le montre dans le tableau IV.1) au début et diminuée un peu quand la poutre approche de la rupture.

P=280000 N									
Le module d'élasticité	$-5E_c\%$	$-10E_c\%$	$-15E_c\%$	$-20E_c\%$	E_c	$+5E_c\%$	$+10E_c\%$	$+15E_c\%$	$+20E_c\%$
La Flèche donnée par ADINA mm	1.31	1.35	1.41	1.47	1.26	1.22	1.18	1.14	1.12

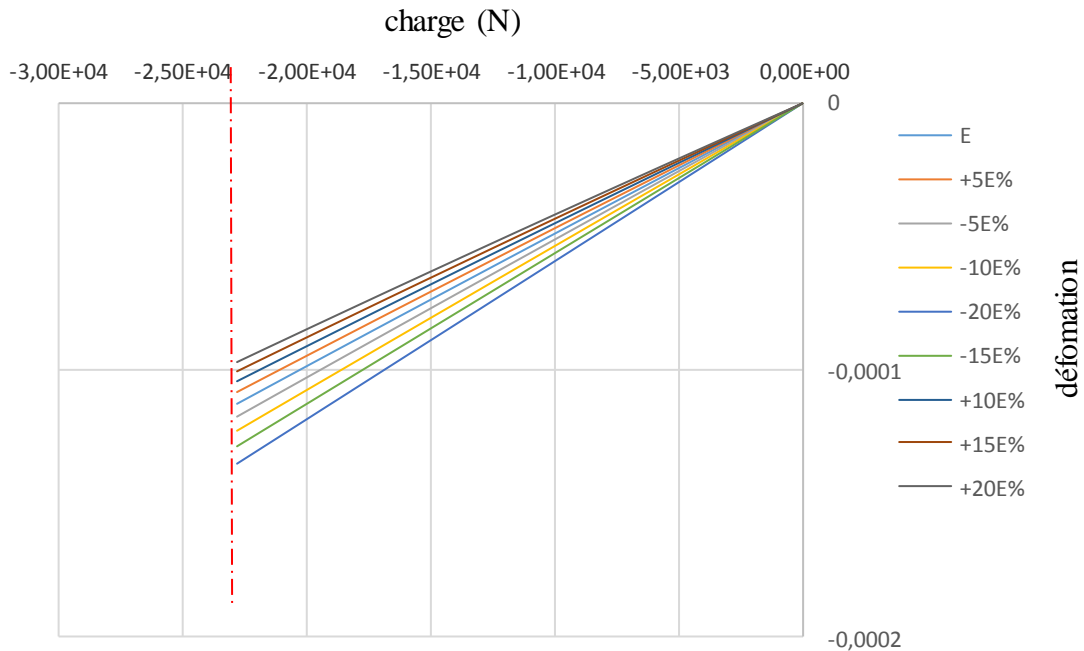
Tableaux IV.1 : comparaison entre les flèches dans les différent cas de la variation de E_c

La charge (N)	Module d'élasticité	La flèche donnée Par ADINA	La flèche calculé manuellement
4.5×10^4	$-5 E_c \%$	2.15 mm	3.0 mm
3.96×10^4	$-5 E_c \%$	2 mm	2.7 mm
3.96×10^4	$-20 E_c \%$	2.05 mm	3.6 mm

Tableaux IV.2 : comparaison entre les flèches théoriques et obtenues par ADINA.

a. Pour le béton :

Les déformations de la poutre augmentent en fonction de la charge. Pour avoir l'effet de la variation de module d'élasticité du béton sur ces déformations nous avons choisi la charge $P = 2.40 \times 10^4$ comme représente dans la figure ci-dessous :



Les déformations correspondant à chaque variation de E_c par 5% à cette charge sont indiqués dans le tableau IV.3

La charge $P = 2.40 \times 10^4$ N									
Le module d'élasticité	-5E _c %	-10E _c %	-15E _c %	-20E _c %	E _c	+5E _c %	+10E _c %	+15E _c %	+20 E _c %
Déformation mm $\times 10^{-4}$	1.17	1.23	1.28	1.35	1.12	1.08	1.04	1.0	-9.69 $\times 10^{-4}$

Tableaux IV.3 : l'effet du module d'élasticité sur la déformation.

La variation du module d'élasticité influence directement sur les déformations de la poutre. Les déformations augmentent si le module d'élasticité diminue. Par contre les déformations de poutre diminuée avec l'augmentation de ce module.

Aux débuts du chargement, selon la figure III.11, les courbes des contraintes sont presque identiques. Mais avec l'évolution de la charge, l'influence réfléchié clairement.

b. L'acier :

Les déformations et les contraintes dans les barres d'acier augmentent directement en fonction de la charge quelle que soit la variation du module d'élasticité du béton.

Les contraintes et les déformations dans les barres d'acier sont affectées de la même façon par la variation de module d'élasticité du béton. C'est-à-dire une augmentation de E_c engendre une diminution de la contrainte et la déformation.

De la même façon, une diminution de E_c génère une augmentation de la contrainte et la déformation.

Par exemple à la charge $P = 2.16 \times 10^4 \text{ N}$:

La variation de module d'élasticité	-5 E_c %	-10 E_c %	-15 E_c %	-20 E_c %	E_c	+5 E_c %	+10 E_c %	+15 E_c %	+20 E_c %
Contrainte « MPa »	101	103	106	108	99	96.9	94.9	93.0	91.2
Déformation $\times 10^{-5}$	4.65	4.75	4.86	4.98	4.55	4.46	4.36	4.28	4.19

Tableaux IV.4 : l'effet de module d'élasticité sur les déformations et les contraintes dans l'acier.

***Le comportement :**

Le comportement des contraintes et des déformations d'acier est similaire jusqu'à la charge $P = 2.52 \times 10^4 \text{ N}$ qui représente le début de la fissuration. Et ce pour tous les modules E_c .

Ces courbes se croisent quand la charge appliquée atteint 4000 N. Après cette dernière charge, la variation entre les courbes devient inférieure à celle avant la charge.

IV.4.2. Les résultants de la dalle :

Au début de l'application de la charge l'effet de la variation du module d'élasticité sur les contraintes du béton est négligeable. Avec l'augmentation de la charge, l'effet du changement du module d'élasticité sur les contraintes est apparu clairement. Par exemple à la charge $P = 1.04 \times 10^5$, l'augmentation de E_c engendre une diminution de la contrainte. Par contre une diminution de E_c engendre une augmentation de la contrainte.

Le comportement des déformations soit d'acier ou du béton et les contraintes dans les barres d'armature est similaire ; l'effet de la variation du module d'élasticité est claire dès le début à la fin de chargement c'est-à-dire la rupture.

L'augmentation de la valeur du module d'élasticité du béton engendre une diminution dans la contrainte et la déformation dans le béton et l'acier. De la même manière, une diminution de ce module crée une augmentation des contraintes et des déformations.

Dans les courbes il existe deux pentes, la premier a la charge $P = 1.80 \times 10^4 \text{ N}$ qui représente le début de fissuration du béton.

La deuxième pente a la charge $P = 2.70 \times 10^4 \text{ N}$ qui représente l'entrée dans la plastification de l'armature.

Conclusion générale :

Ce travail de fin d'étude avait pour objectif d'étudier l'effet de la variation de module d'élasticité du béton sur le comportement et les contraintes dans le béton et dans l'armature.

Pour cela, comme point de départ, nous avons déterminé dans le **premier chapitre** l'histoire de béton de la naissance jusqu'à nos jours.

Ensuite, une large recherche bibliographique a été donnée dans le **deuxième chapitre** pour déterminer les valeurs du module d'élasticité du béton dans les différents codes de calcul. À partir de cette recherche bibliographique, on peut conclure que :

Le module d'élasticité du béton n'est pas donné par des valeurs numérique mais plutôt donné par des équations empiriques qui varient d'un code de calcul à l'autre.

Comme exemple d'application, nous avons fait dans le **troisième chapitre** l'analyse par élément finis d'une poutre et d'une dalle en béton armé et nous avons discuté les résultats de ce chapitre dans le **chapitre quatre**. À partir de cette étude, on constate que :

- Il existe une relation inverse entre le module d'élasticité et la flèche.
- L'influence du module d'élasticité du béton sur les contraintes et les déformations est semblable.
- Chaque augmentation de E_c engendre une diminution de la contrainte et de la déformation.
- Chaque diminution d' E_c suivie par une augmentation de la contrainte et de la déformation.

Enfin, d'un point de vue personnel se projet de fin d'études a été l'occasion pour d'initier et mettre un pas dans la recherche. De plus ça m'a permis de maîtriser un logiciel d'élément finis non connus par moi avant, il s'agit du logiciel ADINA. Mes connaissances du béton armé ont été, également, approfondies.

Références bibliographiques

- [1] : *par Hélène dessales*, Petit catalogue des techniques de la construction romaine, école normale supérieure, matériel didactique – archéologie de la construction romaine, Page 3 et 4.
- [2] : *René CUBAYNES, Michèle GOZARD*, revue thalassa « conception et réalisation », Edition 2001.
- [3] : *par BOUCHAABOUB Moussa*, Thèse de Magister Thème « effets du facteur de forme sur la performance plastique d'éléments structuraux en béton armé », Avril 2009, pages 18, 19, 20.
- [4] : *par Florence Verdin*, journal, entre traditions gauloises et techniques architecturales gréco-italiques : l'exemple du sanctuaire de l'oppidum de Constantine (Lançon, Bouches-du-Rhône).
- [5] : *Marion Chambart*, Thèse de doctorat « Endommagement anisotrope et comportement dynamique des structures en béton armé jusqu'à la ruine », 24 Septembre 2009, page 7.
- [6] : *Mohammed Matallah, Christian La Borderie*, modélisation numérique de l'endommagement anisotrope et unilatéral dans les structures en béton, Laboratoire de Sciences Appliquées au Génie Civil et Côtier, Université de Pau et des Pays de l'Adour, le 30 mars 2006.
- [7] : Site internet : Histoire de maçon, *Maçonnerie & Béton Éric Beaudin*.
- [8] : *Yves MALIER*, Journées « de Marcus vitrivius aux nanomatériaux ou l'apport de la singulière histoire du béton a une réflexion prospective », *AUGC –BORDEAUX- 23-25 mai 2007* Académie des technologies.
- [9] : *ingénieur F. Candela*, livre « Histoire du béton naissance et développement, 1818 – 1970 », Cahier des modules de conférence pour les écoles d'architecture, Eglise de la vierge miraculeuse, mexico, 1954 page 6 à 17.
- [10] : Guide des liants minéraux utilisés dans la construction et la restauration.
- [11] : *Tom F.PETERS*, journal « The origins of Reinforced concrete and the technological nature of the Design Thought », Lehigh University.
- [12] : *anne burnel*, La société de construction des batignolles des origines à 1939 « grandeur et décadence d'une grande entreprise de travaux publics ».

Références bibliographiques

[13] : *Mme MOHAMADI saddika*, cours à université Akli Mohand Oualhadje de bouira, Module : Matériaux et Ouvrages de Génie Civil, Année universitaire : 2013-2014.

[14] : *Prof. Dr. Masood Hamian* université de Boumerdès et *Prof. Issawi Buakaz*, article « Pierres de construction utilisée dans la ville ancienne Tivast Tebessa université Algelfa, Algérie ».

[15] : Laboratoire *CRISMAT-ENSICAEN* Résistance des matériaux, IUT Mesures physiques, Université de Caen Basse –Normandie, 16/05/2012.

[16] : *Y.Ke, A.L.Beaucour, S.Ortola, H.Dumontet, R.Cabrillac*, Revue «comportement mécanique de bétons de Granulats Légers : Étude Expérimentale et Modélisation ».

[17] : ingénieur civil *Ivan Corminboeuf*, cours « résistance des matériaux », Ecole technique de la construction fribourg, Septembre 2011, pages de 28 à 30.

[18] : *Fadel. Niang, Amadou COULIBALY, Ibrahima Khalil CISSE*, Journal des Sciences « modélisation numérique du comportement mécanique du béton Leger de plastique recycles », 2002.

[19] : *par HADJSADOK. A*, coure béton I, Propriétés des matériaux, (2011/2012)

[20] : *T. Noguchi* University of Tokyo, Japan + *K. M. Nemati* University of Washington, article « Relationship between compressive strength and modulus of elasticity of High-Strength Concrete »

[21] : *Par Dr Ir P. BOERAEVE*, livre « Manuel de Calcul de Béton Armé Selon EN 1992-1-1(12/2004) et Annexe Belge de 02/2006 », en 12 mai 2011.

[22] : *Christian la Borderie*, Introduction à la méthode des éléments finis, Année universitaire 2003-2004, page 3.

[23] : *GOURI DHATT GILBERT TOUZOT*, livre « une présentation de la méthode des éléments finis », les presses de l'université Laval Québec MALOINE S.A. Éditeur paris, page1 à 46.

Références bibliographiques

- [24] : *Philippe MESTAT* « Directeur de recherche », livre « Maillages d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique conseils et recommandations », Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées - 212 – Novembre – Décembre 1997, page 39 à 41.
- [25] : livre « Theory and Modeling Guide », ADINA Solids & Structures, December 2012, ADINA R& D, Inc.
- [26] : *Zhi-Qiang FENG (CM, TP), Christine RENAUD (TD), Gregory TURBELIN (TP)*, cours « méthode des Eléments Finis », UFR -S&T, Université d'Evry – Val d'Essonne
- [27] : *André Fortin* université Laval et *André Garon* école Polytechnique de Montréal, livre « Les éléments finis : de la théorie à la pratique » 1997-2011, page 2 à 3.
- [28] : *Daniel Choi*, cours « Méthode des éléments-finis par l'exemple », groupe mécanique modélisation mathématique et numérique, université de Caen, Bld Maréchal Juin, 14032 Caen Cedex, France, Version Avril 2010.
- [29] : *Hervé Oudin*, Méthode des éléments finis, École d'ingénieur. Ecole Centrale de Nantes, 28/09/2008.
- [30] : *L.PENAZZI*, livre « calcul de structures présentation de la méthode des éléments finis », école des mines d'Albi, Janvier 2009.
- [31] : *L. CHAMPANEY*, notes du cours : Problèmes spécifiques à la méthode des éléments finis.
- [32] : *par Riad Haidar*, article « Thomas Young et la théorie ondulatoire de la lumière », chercheur à l'Onera et professeur chargé de cours à l'Ecole Polytechnique, janvier 2011.
- [33] : Manuel du béton Fixit, *Bureaux de vente régionaux Région ouest, centre, est*, 10/2011.
- [34] : *Astrid déporte; Grégory Germain; Jean - Baptiste Drevet; Peter Davies*, article « étude d'une membrane ondulante pour la récupération de L'énergie des courants marins », 21-23 novembre 2012, laboratoire d'hydraulique saint-venant. Ile des impressionnistes, Chatou 78, France, page 7.

Les code de calcule utilisé :

ASTM C 469-02 : Standard Test Method for Static Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression).

BS CS1 : 1990 : British Standard (CS1 : 1990).

BS 5400-4 :1990 : British Standard (5400-4 :1990).

CSA A23.3-04 : Canadian Standard Association.

CAN/CSA-S6-06 : Code canadien sur le calcul des ponts routiers.

CSA A23.1-04/A23.2-04 : Constituants et exécution des travaux/Méthodes d'essai et pratiques normalisées pour le béton.

ACI 318-95 et ACI 318-05 : le code American Concrete Institute.

BAEL 91 : (Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites).

CBA 93 : (règles de conception et de calcule des structures en béton armé).

Eurocode2 NF EN 1992-1-1 : norme européenne pour les bâtiments.

